

Г. П. Бевз, В. Г. Бевз

АЛГЕБРА

**Підручник для 7 класу
загальноосвітніх навчальних закладів**

**Київ
2015**

Зміст

Дорогі семикласники! 5

**Розділ 1. ЦІЛІ ВИРАЗИ**

§ 1. Вирази зі змінними	7
§ 2. Тотожні вирази	14
§ 3. Вирази зі степенями	20
§ 4. Властивості степенів	29
§ 5. Одночлени	36
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	<i>43</i>
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	<i>44</i>
§ 6. Многочлени	46
§ 7. Додавання і віднімання многочленів	53
§ 8. Множення многочлена на одночлен	60
§ 9. Множення многочленів	67
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	<i>74</i>
<i>Історичні відомості</i>	<i>75</i>
<i>Головне в розділі</i>	<i>76</i>
<i>Запитання для самоперевірки</i>	<i>77</i>
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	<i>78</i>

**Розділ 2. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ
НА МНОЖНИКИ**

§ 10. Винесення спільного множника за дужки	81
§ 11. Спосіб групування	88
§ 12. Квадрат двочлена	93
§ 13. Різниця квадратів	102
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	<i>109</i>
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	<i>110</i>
§ 14. Використання формул скороченого множення	112
§ 15. Різниця і сума кубів	119
§ 16. Застосування різних способів розкладання многочленів на множники	126
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	<i>134</i>
<i>Історичні відомості</i>	<i>135</i>
<i>Головне в розділі</i>	<i>136</i>
<i>Запитання для самоперевірки</i>	<i>137</i>
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	<i>138</i>

Бевз Г. П.

Алгебра : підруч. для 7 класу загальноосвіт.
навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К.: Видавництво
«Відродження», 2015. — 288 с.



Розділ 3. ФУНКЦІЇ

§ 17. Що таке функція?	141
§ 18. Графік функції	150
§ 19. Лінійна функція	161
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	170
<i>Історичні відомості</i>	171
<i>Головне в розділі</i>	172
<i>Запитання для самоперевірки</i>	173
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	174



Розділ 4. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

§ 20. Загальні відомості про рівняння	177
§ 21. Лінійні рівняння	185
§ 22. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	191
§ 23. Рівняння з двома змінними	202
§ 24. Графік лінійного рівняння з двома змінними	208
§ 25. Системи рівнянь	215
§ 26. Спосіб підстановки	221
§ 27. Спосіб додавання	227
§ 28. Розв'язування задач складанням системи рівнянь	235
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	243
<i>Історичні відомості</i>	244
<i>Головне в розділі</i>	246
<i>Запитання для самоперевірки</i>	247
<i>Готуємося до тематичного оцінювання</i>	248

ЗАДАЧІ І ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ


Цілі вирази	251
Розкладання многочленів на множники	254
Функції	255
Рівняння і системи рівнянь	257
Задачі підвищеної складності	260
Відомості з курсу математики 5—6 класів	263
Відповіді та вказівки до вправ	274
Предметний покажчик	286

Дорогі семикласники!

Алгебра — частина математики, яка разом з арифметикою та геометрією належить до найдавніших складових цієї науки. У попередніх класах на уроках математики ви опанували переважно знання з арифметики, засвоювали розширені відомості про числа та дії над ними. Тепер починаєте вивчати алгебру.

Знання алгебри необхідні не тільки тому, що вона дає найкращі методи розв'язування найважчих задач, а й тому, що в ній формується математична мова, яка використовується фахівцями різних галузей науки і техніки. Алгебра досить багата за змістом і дуже потрібна. Ви вивчатимете її до закінчення школи, а дехто — й у вищих навчальних закладах.

Розпочати опанування курсу шкільної алгебри вам допоможе цей підручник. Читаючи теоретичний матеріал, основну увагу звертайте на слова, надруковані *курсивом*. Це математичні терміни. Треба зрозуміти, що ці слова означають, і запам'ятати їх. Виділені **жирним** шрифтом речення — це правила або інші важливі математичні твердження. Їх треба пам'ятати й уміти застосовувати.

Кожен параграф підручника містить рубрику «Хочете знати ще більше?», у якій пропонуються додаткові відомості для учнів, котрі особливо цікавляться математикою. Відповідайте на запитання рубрики «Перевірте себе», і ви зможете закріпити, узагальнити й систематизувати здобуті знання, уміння та навички, одержані під час вивчення теми. У рубриці «Виконаємо разом!» наведено зразки розв'язання найважливіших видів вправ. Пропонуємо ознайомитися з цими прикладами, перш ніж виконувати домашні завдання (їх позначено )

Підручник містить вправи різних рівнів складності — від усних до досить важких. Номери останніх позначено зірочкою (*), і пропонуються вони тим учням, які згодом навчатимуться у класах з поглибленим вивченням математики. Добре підготуватися до тематичного оцінювання й отримати високі навчальні результати вам допоможуть матеріали відповідної рубрики. «Історичні відомості» сприятимуть розширенню кругозору кожного учня.

Бажаємо успіхів у навчанні!

Алгебру можна розглядати
як мову особливої властивості.

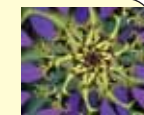
М. В. Остроградський

Вирази в математиці відіграють приблизно таку саму роль, як слова в мові або як окремі цеглини в будинку. Математична мова — це мова виразів. Щоб опанувати її, треба навчитися оперувати математичними виразами, розуміти їх зміст, уміти записувати в зручному вигляді. Існують різні види математичних виразів.

У цьому розділі ви дізнаєтеся про:

- вирази зі змінними;
- вирази зі степенями;
- одночлени;
- многочлени;
- дії над многочленами.

§ 1. ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННИМИ



Розглянемо, наприклад, рівняння:

$$\frac{2}{3}(x - 5) + 3x = 17 - 2x.$$

Ліва і права його частини — *вирази*:

$$\frac{2}{3}(x - 5) + 3x \text{ і } 17 - 2x.$$

Кожен із цих виразів містить одну змінну x . А бувають вирази з двома, трьома і більшою кількістю змінних. Наприклад, вираз $2ax + cx^2$ містить три змінні: a , c і x .

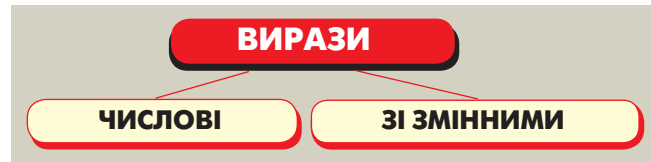
У математиці вирази зі змінними відіграють дуже важливу роль. Математична мова — це мова виразів. Невипадково значна частина шкільного курсу алгебри присвячена вивченню виразів.

Бувають вирази і без змінних, наприклад:

$$97 \cdot 17, \quad -\frac{3}{5} : 45; \quad \frac{0,2 \cdot 3 - 15 : 7}{2(3,5 - 1,8)}.$$

Такі вирази називають *числовими*.

Отже, вирази бувають числові та зі змінними (мал. 1). Далі ми розглядатимемо переважно вирази зі змінними.



Мал. 1

Кожний числовий вираз (який не містить ділення на 0) має одне значення. А вираз зі змінними при різних значеннях цих змінних може набувати різних значень.

Для прикладу знайдемо значення виразу $3a + 5$, якщо a дорівнює 1, 2, 3 і -4 .

Якщо $a = 1$, то $3a + 5 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$;
 якщо $a = 2$, то $3a + 5 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$;
 якщо $a = 3$, то $3a + 5 = 3 \cdot 3 + 5 = 14$;
 якщо $a = -4$, то $3a + 5 = 3 \cdot (-4) + 5 = -7$.

Результати обчислень запишемо в таблицю.

a	1	2	3	-4
$3a + 5$	8	11	14	-7

Якщо вираз містить кілька змінних, наприклад $2a - 3x$, то для знаходження його значення слід мати або надавати значення для кожної змінної. Наприклад, якщо $a = 7$ і $x = 5$, то $2a - 3x = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 5 = -1$.

Якщо вираз не містить ніяких інших дій, крім додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня і ділення, його називають *раціональним виразом*. Приклади раціональних виразів:

$2x + n$, $-\frac{2}{3}(x - 5)$, $\frac{a - c}{2a + c}$, $a + \frac{1}{x + c}$.

Раціональний вираз, який не містить ділення на вираз зі змінною, називають *цілим*. Два перші з наведених вище виразів — цілі, інші — дробові. У цьому розділі ми розглядатимемо тільки цілі вирази.

Вирази $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ — відповідно сума, різниця, добуток і частка змінних a і b . Читають їх і так: «сума чисел a і b », «різниця чисел a і b » і т. д.

Математичними виразами вважають також окремі числа або змінні, наприклад: 2, 0, x , $-a$. А записи, що містять знаки рівності або нерівності, наприклад: $2 + 3 = 5$, $x < 5$, — не вирази.



Хочете знати ще більше?

Раніше ви розрізняли *числові вирази* і *буквені вирази*, однак у сучасній математиці буквами позначають не тільки невідомі числа. Наприклад, буква π позначає відношення довжини кола до його діаметра; його наближене значення дорівнює 3,14. Тому вираз $\pi + 2,5$, хоч і містить букву π , є числовим виразом. Згодом ви ознайомитеся з виразами $f(x)$, P_4 , C_5^2 , $\sin \pi$ та багатьма іншими, які містять букви, але не такі, замість яких можна підставляти числа. Тому далі ті букви, замість яких можна підставляти різні числа, ми називатимемо *змінними*, розуміючи, що їх значення можуть змінюватися. А вирази, які містять такі змінні, називатимемо *виразами зі змінними*.

Словом *вираз* в українській мові часто називають і висловлення (наприклад, крилатий вираз), і вияв настрою (вираз обличчя) тощо. У математиці цим словом коротко називають математичний вираз. А *математичний вираз* — це написані в якому-небудь зрозумілому порядку математичні символи, включаючи числа, букви, знаки дій, дужки, знаки відсотків, модуля тощо. Наприклад, старшокласники, крім інших, розглядають і такі вирази:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \sum_{n=1}^9 n^2, \int_0^a x^2 dx.$$

Що вони означають, ви згодом дізнаєтесь.

Перевірте себе

1. Наведіть приклад числового виразу.
2. Наведіть приклади виразів зі змінними, із двома змінними.
3. Які вирази називають раціональними?
4. Які вирази називають цілими?
5. Наведіть приклад виразу з модулями.

✓ Виконаємо разом!

1. Напишіть у вигляді виразу число, яке має:
 - а) a сотень, b десятків і c одиниць; б) m тисяч і n десятків.
- ✓ Розв'язання. а) $100a + 10b + c$; б) $1000m + 10n$.

2. Відомо, що $a + b = 35$. Знайдіть значення виразу $7a + 7 + 7b$.

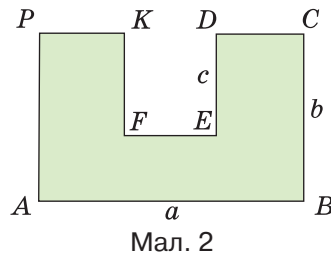
✓ Розв'язання. Скористаємось переставним, сполучним і розподільним законами:

$$\begin{aligned} 7a + 7 + 7b &= 7a + 7b + 7 = \\ &= (7a + 7b) + 7 = 7(a + b) + 7 = \\ &= 7 \cdot 35 + 7 = 252. \end{aligned}$$

3. Знайдіть периметр многокутника, зображеного на малюнку 2, якщо $AB = a$, $BC = b$, $DE = c$.

✓ Розв'язання. Оскільки $CD + EF + KP = AB$, то

$$AB + BC + CD + DE + EF + FK + KP + PA = 2AB + 2BC + 2FK = 2a + 2b + 2c.$$



Виконайте усно

1. Прочитайте вираз:

а) $m + n$; б) $m - x$; в) $1 + c$; г) $2ax$; р) $\frac{1}{2}(x + y)$; д) $\frac{2}{3}(x - 2)$.

2. Який із записів є виразом:

а) $2ax - x^2$; б) $a + b = b + a$; в) $3x + 5 = 7$; г) $2(3 - 0,7) - 3,5$?

3. Який із виразів — числовий, а який — зі змінними:

а) $37x - 2,4$; б) $2,5$; в) $48 - 3,7(2 - 3,5)$; г) 24% ?

4. Довжини сторін прямокутника — a і b . Що означають вирази: ab ; $2(a + b)$; $a + b$?

Рівень А

5. Запишіть у вигляді числового виразу:

а) суму чисел 5 і 7; б) різницю чисел 8 і -3 ;
в) добуток чисел 15 і -4 ; г) відношення чисел 12 і 4.

Знайдіть значення виразу (6—8).

6. а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + 2,5$; б) $2,7 - \frac{3}{10} \cdot 7$; в) $2\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$.

7. а) $30,5 : 0,5 - 1976 : 32,5$; б) $3,85 \cdot 5\frac{1}{7} + 69,25 : 27,7$.

8. а) $(1,75 : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{8}) \cdot 16$; б) $(5 - 11\frac{7}{8} : 2,5) : 0,0625$.

9. Напишіть суму, різницю, добуток і частку виразу:
а) $2i c$; б) $2x i c - x$.

10. Напишіть:

- а) суму чисел a і x ; б) добуток чисел k і n ;
в) півдобуток чисел c і d ; г) півсуму чисел x і y ;
г) піврізницю чисел a і x ; д) подвоєний добуток a і x .



11. Знайдіть значення виразу:

- а) $0,5x - 3$, якщо $x = 10$; б) $x + 9,7$, якщо $x = -10$;
в) $x(x + 2)$, якщо $x = 0,5$; г) $3x(5 - x)$, якщо $x = -2,5$.

12. Знайдіть значення виразу:

- а) $a + c - 3$, якщо $a = 2$ і $c = 7,5$;
б) $2x - 3z + 1$, якщо $x = 1$ і $z = \frac{1}{3}$;
в) $2xy(x - y)$, якщо $x = 2$ і $y = 5$;
г) $3a(x + y - 4)$, якщо $a = \frac{1}{3}$, $x = 7$ і $y = 5$.



13. Заповніть таблицю.

n	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$5 - 2n$								

14. Заповніть таблицю.

a	3	4	5	6	7	8	9
n	0	1	-1	2	-2	3	-3
$2a + 5n$							

15. Для яких значень x значення виразів дорівнюють одне одному:

а) $2x + 5x$ і $2(x + 5)$; б) $1 + 3(x - 5)$ і $(1 + 3x) - 5x$?

16. Напишіть у вигляді виразу число, яке має:

- а) a десятків і 6 одиниць; б) 5 десятків і b одиниць;
в) t десятків і n одиниць; г) a сотень і c одиниць.

Рівень Б

17. Знайдіть суму і різницю значень виразів:

а) $65 \cdot 27$ і $35 \cdot 27$; б) $3,6 \cdot 10^3$ і $2,4 \cdot 10^3$.

18. Запишіть у вигляді виразу:
- а) подвоєний добуток чисел 74 і 0,5;
 б) піврізницю чисел 38 і 7,6;
 в) добуток суми чисел 35 і 12 на їх різницю.

Знайдіть значення виразу (19—22).

19. а) $2,37 + 4,23 - 13,7 \cdot 0,1$; б) $8,21 \cdot 3,14 - 8,11 \cdot 3,14$;
 в) $(2,75 - 0,65 : 2,6) \cdot 4 - 1$; г) $5 - (0,8 + 15,15 : 7,5)$.

20. а) $3,18 - (0,13 + 4,27 : 1,4)$; б) $5,9 - (6,3 : 3,5 - 5,6)$;

в) $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + 12 \frac{2}{15}\right) : \frac{1}{15}$; г) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{20}\right) \cdot 1 \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$.

21. а) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5} - 1\right) \cdot 5$; б) $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{4} - 5 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)$.

22. а) $\left(7,344 : 0,36 + 16 \frac{1}{4} : 5 - 0,5 \cdot 0,2\right) \cdot 0,08$;

б) $\left(0,02 \cdot 0,5 + 7,904 : 0,38 - 21 : 10 \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{9}$.

23. Заповніть таблицю.

a	-2	0	3	5	5	6	10	-10
b	1	3	0	7	-2	2	7	-7
$2a(a - b)$								

24. Заповніть таблицю.

x								
$3x + 8$	23	38	41	68	8	2	1	0

25. Для яких значень x дорівнюють одне одному значення виразів:

- а) $3(x + 1) - 7$ і $2x - 9$; б) $8 - 2(3 - x)$ і $5 - 3(3 - 2x)$;
 в) $0,5x + 2(7 - x)$ і $1,5x - 5(x + 2)$;
 г) $\frac{2}{3}x - \frac{7}{9} + 5$ і $x - \frac{1}{6}(2 - 6x)$?

26. Напишіть у вигляді виразу число, яке має:

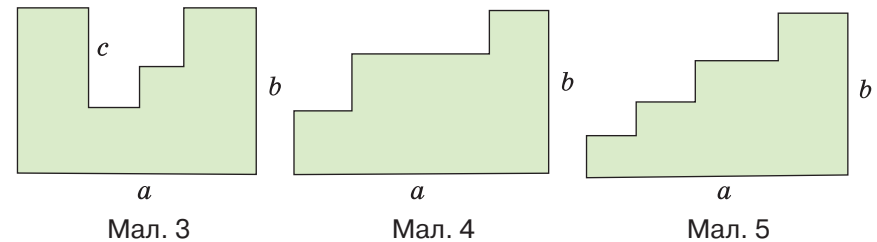
- а) a одиниць, b десятків і c сотень;
 б) a одиниць, c сотень і d тисяч;

- в) a одиниць, n десятих і m сотих;
 г) c десятків, a одиниць, n десятих і m сотих.

27*. Складіть формулу числа:

- а) кратного 5; б) кратного 5 і парного;
 в) кратного 5 і непарного; г) кратного 5 і 3 одночасно.

28*. Визначте периметри многокутників, зображених на малюнках 3—5.



29. Відомо, що $x - y = 12$. Знайдіть значення виразу:

- а) $\frac{1}{3}(x - y)$; б) $4y - 4x$; в) $\frac{y - 6 - x}{9}$; г) $\frac{4(x + y) - 8y}{15}$.

30. Відомо, що $a = -5$, $b - c = 4$. Знайдіть значення виразу:

- а) $3a + 2b - 2c$; б) $\frac{ac - ab}{10}$; в) $\frac{3a(b - c + 1)}{75}$; г) $\frac{6c - 6b}{5} - \frac{a + 6}{4}$.

31. Трицифрове число має a сотень, b десятків і c одиниць. Запишіть у вигляді виразу суму даного числа і числа, записаного тими самими цифрами, але в зворотному порядку.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

32. Розв'яжіть рівняння:

- а) $(2x + 3) + (4x - 8) = 37$; б) $5 - 3z - (3 - 4z) = 42$;
 в) $0,7 + x - (-0,7 + 4x) = -37$; г) $-7,2 - (3,6 - 4,5x) = 2,7x$.

33. Переможці інтерактивного конкурсу отримали для своїх шкіл 120 нетбуків. Скільки нетбуків дісталася кожній школі, якщо за перше місце вручили удвічі більше нетбуків, ніж за друге?

34. Довжини сторін трикутника пропорційні числам 9, 10 і 11. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 30 см.

35. Знайдіть суму всіх дільників числа: а) 8; б) 18; в) 28; г) 38.

§ 2. ТОТОЖНІ ВИРАЗИ



♦ Два вирази, відповідні значення яких рівні при будь-яких значеннях змінних, називають **тотожно рівними, або тотожними**.

Наприклад, тотожно рівними є вирази $5a + 8a$ і $13a$, бо при кожному значенні змінної a ці вирази мають рівні значення (за розподільним законом множення). Тотожно рівними є також вирази $7x - 2x$ і $5x$, $c + 2c + 3c$ і $6c$.

Два тотожно рівні вирази, сполучені знаком рівності, утворюють **тотожність**.

Наприклад,

$$5a + 8a = 13a, \quad 2(x - 3) = 2x - 6.$$

Тотожністю є кожна рівність, що виражає закони дій:

$$a + b = b + a, \quad a + (b + c) = (a + b) + c, \\ ab = ba, \quad a(bc) = (ab)c, \quad a(b + c) = ab + ac.$$

Тотожностями також прийнято вважати правильні числові рівності, наприклад $3^2 + 4^2 = 5^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$. Однак ми говоритимемо тільки про тотожності зі змінними.

♦ **Заміну даного виразу іншим, тотожним йому, називають тотожним перетворенням виразу.**

Кожна рівність — це твердження, яке може бути правильним або неправильним. Говорячи «тотожність», розуміють, що вона правильна. Щоб переконатися в цьому, її доводять, як у геометрії теореми. Щоб довести правильність (істинність) числової тотожності, наприклад $3^2 + 4^2 = 5^2$, досить обчислити її ліву і праву частини і показати, що вони рівні:

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \text{ і } 5^2 = 25, \text{ отже, } 3^2 + 4^2 = 5^2.$$

Тотожності, які містять змінні, найчастіше доводять, посилаючись на закони дій і на вже відомі правила зведення подібних доданків, розкриття дужок тощо. Щоб довести тотожність, як правило, перетворюють одну з її частин (ліву або праву) так, щоб одержати іншу її частину.

Приклад 1. Доведіть тотожність:

$$9x - 18 + 3(1 - 2x) = 3x - 15.$$

Доведення. Спростимо ліву частину тотожності.

$$9x - 18 + 3(1 - 2x) = 9x - 18 + 3 - 6x = 9x - 6x - 18 + 3 = 3x - 15.$$

Ліва частина доводжуваної рівності тотожно дорівнює правій. Отже, тотожність доведена.

Інколи для доведення тотожності доцільно перетворити кожную з її частин.

Приклад 2. Доведіть тотожність:

$$a - 3(3 + a) = 4(1 - a) - (13 - 2a).$$

Доведення. Спростимо кожную частину тотожності.

$$a - 3(3 + a) = a - 9 - 3a = -2a - 9,$$

$$4(1 - a) - (13 - 2a) = 4 - 4a - 13 + 2a = -2a - 9.$$

Права й ліва частини тотожності дорівнюють одному і тому самому виразу $-2a - 9$. Тотожність доведена.

Існують й інші способи доведення тотожностей. З ними ви ознайомитеся пізніше.



Хочете знати ще більше?

Кажучи, що якийсь вираз тотожний, обов'язково слід зазначити, якому саме виразу він тотожний. Ідеться про **відношення тотожності** двох виразів (як про відношення перпендикулярності прямих, відношення рівності кутів тощо).

Відношення тотожності виразів має такі властивості:

- 1) кожний вираз тотожний самому собі;
- 2) якщо вираз A тотожний виразу B , то й вираз B тотожний виразу A ;
- 3) якщо вираз A тотожний виразу B , а вираз B тотожний виразу C , то й вираз A тотожний виразу C .

Подібні властивості мають також відношення рівності чисел або фігур, паралельності прямих тощо.

Якщо в тотожності замість змінної скрізь написати один і той самий вираз, дістанемо нову тотожність. Наприклад, якщо в тотожності $4(a - 2) + 8 = 4a$ змінну a замінити виразом $z + 3$, то дістанемо рівність $4(z + 1) + 8 = 4(z + 3)$, яка також є тотожністю.

Перевірте себе

1. Які два вирази називають тотожно рівними?
2. Що таке тотожність?
3. Що таке «тотожне перетворення виразу»?
4. Чи кожна рівність є тотожністю?



✓ Виконаємо разом!

1. Доведіть тотожність $2a + 6 = 6 - 4(a - 5) + 2(3a - 10)$.
 ✓ Доведення. $6 - 4(a - 5) + 2(3a - 10) = 6 - 4a + 20 + 6a - 20 = 2a + 6$. Права частина рівності тотожно дорівнює лівій, тому ця рівність — тотожність.
2. Чи завжди правильна рівність $|a^2| = a^2$?
 ✓ Розв'язання. Яким би не було значення a , значення виразу a^2 додатне або дорівнює нулю. Модуль невід'ємного числа дорівнює цьому самому числу. Отже, рівність $|a^2| = a^2$ правильна для кожного значення a .

Виконайте усно


36. Чи тотожні вирази:
 а) $2a + a$ і $3a$; б) $x + 2x - 3x$ і 0 ; в) $8c - 3c$ і $5c$;
 г) $4a + \pi$ і $5a\pi$; р) $7xy - 2x$ і $5y$; д) $-3c + 9$ і $9 - 3c$?
37. Які з виразів: $2x - y$, $y - 2x + 3$, $4(y - 2x)$, $-y + 2x$ тотожні виразу $2x - y$?

Рівень А

38. Чи тотожні вирази:
 а) p^2p і p^3 ; б) $x + x^2 + x^3 + x^4$ і x^5 ; в) $a - c$ і $c - a$;
 г) $-a^2$ і $(-a)^2$; р) $ax + ax + ax$ і $3ax$; д) $x - 2a$ і $-2a + x$?
-  39. Порівняйте відповідні значення виразів x^2 і x , якщо $x = -1$, $x = 0$ і $x = 1$. Чи тотожні ці вирази?
-  40. Запишіть у вигляді тотожності твердження:
 а) сума двох взаємно протилежних чисел дорівнює нулю;
 б) добуток двох взаємно обернених чисел дорівнює 1;
 в) добуток двох чисел дорівнює добутку протилежних до них чисел.


Спростіть вираз (41—42).

41. а) $2c + 3c - 5$; б) $3x - 4x + x$; в) $12n - 17 - 2n$;
 г) $19c - 3c + 8$; р) $63 - 23p + 32p$; д) $4x + 65 - 10x$.

-  42. а) $-4ac + 3a - 7a$; б) $9 - 23x + 40x$; в) $-4 - 12 + 8ac$.


Доведіть тотожність (43—45).

43. а) $5x + 3x + x = 9x$; б) $5x - 3x - x = x$; в) $m + 2m + 3m = 6m$.
 44. а) $2x + 3x = x + 4x$; б) $-a + 7a = 7a - a$; в) $5 - 2a - 3 = 2 - 2a$.

-  45. а) $7x - 5x + x = 3x$; б) $5x - 9x = 2x - 6x$; в) $a = 2a + 4a - 5a$.
46. Запишіть у вигляді тотожності твердження: а) квадрати протилежних чисел — рівні; б) куби протилежних чисел — протилежні числа; в) квадрат будь-якого числа дорівнює квадрату модуля цього числа; г) модуль куба будь-якого числа дорівнює кубу модуля цього числа.


47. Складіть усі можливі тотожності з виразів:
 $-p \cdot p$; $-p \cdot (-p)$; p^2 ; $-p^2$; $-(-p)^2$; $(-1)^2 \cdot p^2$.
 Спростіть вираз (48—50).

48. а) $19x - 4(x + 5)$; б) $7(2 - 3x) + 21$; в) $2,5 + 5(a - 1,5)$;
 г) $0,1x + 3(1 - x)$; р) $-3(2y + 1) + 4$; д) $-2 - (7a - 5)$.

-  49. а) $35 + 7(x - 1)$; б) $2(c - 3) - 5(2 - 4c)$; в) $-(9 - 2x) + 4x$;
 г) $-4 + 4(5 - x)$; р) $-2(x + 5) + 3(x - 7)$; д) $-13 - 3(5 - 6x)$.

50. а) $12(x + 2) - (2x - 4)$; б) $1,5(5 - 2x) + 5(1,1 + x)$;
 в) $-3(a - 2) + 7(2a - 1)$; г) $0,2(x + 2) - 3(2x - 0,4)$.

Доведіть тотожність (51—52).

-  51. а) $3c - 3(c - 1) = 3$; б) $2xy + 2(3 - xy) = 6$;
 в) $15x = 9 - 3(3 - 5x)$; г) $1 - 2x = 5 - 2(x + 2)$.

52. а) $8x = 6 + 2(4x - 3)$; б) $5(2x + y) = 10(x + y) - 5y$;
 в) $7 = 12x - (-7 + 12x)$; г) $3c - 3(1 + c - x) = 3x - 3$.

53. Спростіть вираз і знайдіть його значення:
 а) $12(a - 3) + 3(a + 12)$, якщо $a = 0,2$;
 б) $x^2(2 - x) - 2(x^2 - 3)$, якщо $x = -0,3$.

54. У тотожності $2x - 3x = 5x$ замініть змінну x виразом $a - b$. Чи є утворена рівність тотожністю?

Рівень Б

Спростіть вираз (55—57).

55. а) $2x + 4 + 2(x + 4) + 4(x - 8)$; б) $-(5a - c + 2) + 3a - c + 2$;
 в) $0,5(a + b + c) - 0,5(a - b + c) - 0,5(a + b - c)$.

56. а) $5(12a - 23x) - 8(6x - 13a)$; б) $-6(ac - 4) + 3(7 - 2ac)$.

57. а) $2(x^2 - 3) - 4(17 - 4x^2)$; б) $4(x^2 - 3) - x(4x - 5)$;
 в) $c(3 - 2c) + 3(c - 2c^2)$; г) $2y - 3 - 2(a + y - 1)$.

Доведіть тотожність (58—60).

58. а) $2(x-3) - 5(x-4) = 14 - 3x$; б) $3(2a-1) - 2(3a-1) = -1$;
в) $5(0,5+2x) - 5(1,1-x) = 15x - 3$; г) $9(x-1) - 3(2x-3) = 3x$.

59. а) $9x - 4(x+5) - 1 = 7(x-3) - 2x$;
б) $-2(2a+5) = 5(2a-9) - 7(2a-5)$.

60. а) $3(a+c+x) - 2(a+c-x) - (a-c+x) = 2(c+2x)$;
б) $2x+2 = 2(x^2+x+1) - (x^2-x+1) - (x^2+x-1)$;
в) $n - (1 - (n - (1 - n))) = 3n - 2$.

61. Чи тотожні вирази:

а) $1 - (1 - (1 - c))$ і $1 - c$; б) $0,5(x+y) - 0,5(x-y) - y$ і 0 ;
в) $a - b + 1 - 2(b+1)$ і $2(a-b-1) - (a+b-1)$?

62. Заповніть таблицю.

x	-2	-1	0	1	2
$x^5 - 5x^3 + 5x$					

Чи тотожні вирази $x^5 - 5x^3 + 5x$ і x ?

63. Складіть усі можливі тотожності з виразів:

а) $ac(-x)$, $ax(-c)$, $cx(-a)$;
б) acx , $a(-c)(-x)$, $(-a)(-c)x$, $(-a)(-x)c$.

64. Заповніть таблицю.

a	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$2(x^2 - 4) + 6$								
$2x^2 - 2$								

Чи тотожні вирази $2(x^2 - 4) + 6$ і $2x^2 - 2$?

65. Заповніть таблицю.

a	0	1	2	3	4	5	100	100000
$ a + 1$								
$ a + 1 $								

Чи правильна тотожність $|a| + 1 = |a + 1|$?

66. Чи є тотожністю рівність:

а) $|x+3| = x+3$; б) $|x^2+5| = x^2+5$; в) $|a-b| \cdot |b-a| = (a-b)^2$;
г) $|x-y| = x-y$; р) $|a+b| = |a|+|b|$; д) $|x|-|y| = |y|-|x|$?

67. Замініть у тотожності $x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) - x^2$ змінну x виразом: а) $c+3$; б) $ac-1$; в) $x+5$.

68. У тотожності $5x + 3x = 8x$ замініть змінну x виразом $a^2 - ac + c^2$. Чи є тотожністю одержана рівність?

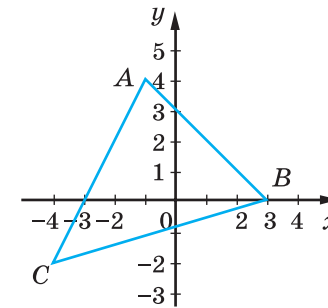
69. Довжина прямокутника дорівнює a см, а ширина — на c см менша. Запишіть у вигляді виразу периметр прямокутника.

70. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює a см, а бічна сторона — на 2 см довша. Чому дорівнює периметр трикутника?

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

71. Із 150 випускників економічного коледжу 10 % було направлено на роботу в банки, 20 % — у заклади торгівлі, а 30 % продовжили навчання в університеті. Скільки випускників ще не працевлаштовано?

72. Укажіть координати точок, відмічених на малюнку 6. Знайдіть координати середини кожної зі сторін трикутника ABC .



Мал. 6

73. Розв'яжіть рівняння:

а) $31(2-x) = 93$; б) $15(1-2x) = 45$; в) $8,5(3-4x) = 17$;
г) $4,7(3-5x) = 94$; р) $44 = 4(2+3x)$; д) $26 = 2(10-3x)$.

§ 3. ВИРАЗИ ЗІ СТЕПЕНЯМИ



В алгебрі часто доводиться мати справу з виразами, що містять степені чисел чи змінних.

♦ **Степеном називають добуток кількох рівних множників.**

Наприклад,

$3 \cdot 3$ — *другий степінь* (або *квадрат*) числа 3;
 xxx — *третій степінь* (або *куб*) змінної x ;
 $ссссс$ — *шостий степінь* змінної c .

Ці степені позначають: $3 \cdot 3 = 3^2$, $xxx = x^3$, $ссссс = c^6$.

Піднести число 2 до десятого степеня — це означає перемножити десять двійок:

$$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

Отже, $2^{10} = 1024$. Тут 2 — основа степеня, 10 — показник степеня, а 1024, або 2^{10} , — десятій степінь числа 2.

♦ **Число, яке підносять до степеня, називають основою степеня.**
Число, яке показує, до якого степеня підносять основу, називають показником степеня.

- a^n — степінь;
- a — основа степеня;
- n — показник степеня.

Степені a^2 і a^3 називають квадратом і кубом тому, що для знаходження площі квадрата довжину його сторони підносять до другого степеня, а для знаходження об'єму куба довжину його ребра підносять до третього степеня.

Першим степенем будь-якого числа домовилися вважати саме це число: a^1 — те саме, що й a . Показник степеня 1 не прийнято писати.

$$a^1 = a,$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}}$$

де n — натуральне число, $n \neq 1$.

Основою степеня може бути і дробове число, і від'ємне. Наприклад,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81},$$

$$(-0,2)^3 = (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) = -0,008.$$



Щоб піднести до степеня від'ємне число, треба піднести до такого самого степеня модуль цього числа і перед результатом поставити знак «плюс», якщо показник степеня парний, або «мінус», — якщо показник степеня непарний.

Якщо $a \geq 0$, то $a^n \geq 0$.

Якщо $a < 0$, то $a^{2n} > 0$ і $a^{2n-1} < 0$.

Не плутайте слова «степінь» і «ступінь». Додавання і віднімання вважаються діями *першого ступеня*, множення і ділення — *другого ступеня*, піднесення до степеня — дія *третього ступеня*. Обчислюючи значення виразу, спочатку виконують дії вищого ступеня, потім — нижчого. Дії одного й того самого ступеня виконують у тому порядку, в якому вони записані. Але коли вираз містить ділення на добуток, то спочатку знаходять значення добутку. Наприклад якщо $x=7$, $y=5$, то $70 : xy = 70 : 35 = 2$. Якщо вираз містить дужки, спочатку знаходять значення виразу в дужках.

Приклад. Знайдіть значення виразу

$$5a^2 + 27 : (a - 1)^3, \text{ якщо } a = -2.$$

Розв'язання. Підставимо замість a його значення -2 та виконаємо дії відповідно до їх ступеня.

$$\text{Перший спосіб. } 5 \cdot (-2)^2 + 27 : (-3)^3 = 5 \cdot 4 + 27 : (-27) = 20 - 1 = 19.$$

$$\text{Другий спосіб. } (-2)^2 = 4, (-3)^3 = -27, 5 \cdot 4 = 20, 27 : (-27) = -1. \text{ Отже, } 5 \cdot (-2)^2 + 27 \cdot (-3)^3 = 20 - 1 = 19.$$

За допомогою калькулятора можна підносити число до степеня, помноживши це число на себе кілька разів. Наприклад, п'ятий степінь числа 3,7 можна обчислити за такою програмою:

$$(3,7) \times (3,7) \times (3,7) \times (3,7) \times (3,7) =$$

або коротше:

$$3,7 \times \dots \times 3,7 =$$

Калькулятори, які мають клавіші F і y^x , дають змогу спростити обчислення — 20-й степінь числа 1,2 можна обчислювати за такою програмою: 1,2 F y^x 20 $=$.

У математиці, фізиці, астрономії, біології та інших науках часто використовуються степені числа 10 для запису чисел у *стандартному вигляді*.

Будь-яке число A , більше за 10, можна записати у вигляді $A = a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$ і n — натуральне число. Такий запис числа A називається стандартним, а показник n називають *порядком числа A* .

Наприклад, в астрономії за одиницю довжини приймається 1 парсек (скорочено — пк).

$$1 \text{ пк} \approx 30\,800\,000\,000\,000 \text{ км} = 3,08 \cdot 10^{13} \text{ км.}$$



Хочете знати ще більше?

Ви вже знаєте, як записувати в стандартному вигляді великі числа. Щоб записати в стандартному вигляді малі додатні числа, наприклад, швидкість руху равлика (0,000003 м/с), використовують степені числа 10 із цілими від'ємними показниками. Покажемо, як слід розуміти степені числа 10 із цілим показником:

$$\begin{array}{cccccccc} 1000 & 100 & 10 & 1 & 0,1 & 0,01 & 0,001 & 0,0001 \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 & 10^{-1} & 10^{-2} & 10^{-3} & 10^{-4}. \end{array}$$

А взагалі вважають, що 10^{-n} , де n — число натуральне, позначає десятковий дріб 0,0000...01 з n десятковими знаками.

Наприклад, $10^{-5} = 0,00001$, $10^{-10} = 0,0000000001$.

Використовуючи степені числа 10 із цілим показником, у стандартному вигляді можна записати будь-яке число:

$$A = a \cdot 10^n, \text{ де } 1 \leq a < 10 \text{ і } n \text{ — ціле число.}$$

Швидкість руху равлика в стандартному вигляді записують так:

$$0,000003 \text{ м/с} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м/с.}$$

Якщо число A велике, його порядок — додатне число, а якщо додатне число A дуже мале, то його порядок — від'ємне число.

Перевірте себе

1. Що таке степінь числа?
2. Що таке квадрат числа, куб числа?
3. Що таке основа степеня, показник степеня?
4. Як інакше називають другий і третій степені?
5. Чи одне й те саме означають слова *ступінь* і *ступінь*?
6. Що таке стандартний вигляд числа? А порядок числа?

✓ Виконаємо разом!

1. Запишіть число $6,7 \cdot 10^8$ без показника степеня.
✓ Розв'язання. $6,7 \cdot 10^8 = 6,7 \cdot 100\,000\,000 = 670\,000\,000$.
2. Запишіть число 2 000 000 000 в стандартному вигляді.
✓ Розв'язання. $2\,000\,000\,000 = 2 \cdot 1\,000\,000\,000 = 2 \cdot 10^9$.
3. Знайдіть значення виразу: $3x^2 - 2x^3$, якщо $x = -0,2$.
✓ Розв'язання. Якщо $x = -0,2$, то $3 \cdot (-0,2)^2 - 2 \cdot (-0,2)^3 = 3 \cdot 0,04 - 2 \cdot (-0,008) = 0,12 + 0,016 = 0,136$.
4. Доведіть, що:
 - а) $111^{11} + 11^{111}$ ділиться на 2;
 - б) $10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$ ділиться на 3.
 ✓ Доведення. а) Останні цифри чисел 111^{11} і 11^{111} — одиниці, а тому остання цифра суми цих чисел — двійка. Отже, число $111^{11} + 11^{111}$ ділиться на 2.
б) Кожний із доданків — це число, яке можна записати у вигляді одиниці з наступними нулями. Сума цифр трьох таких чисел дорівнює трьом, тому саме число ділиться на три.
5. Скільки коренів має рівняння $x^5 = 0$; $x^5 = 1$; $x^4 = 1$?
✓ Розв'язання. Рівняння $x^5 = 0$ має тільки один корінь: $x = 0$, оскільки $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$, і не існує такого числа x , відмінного від 0, щоб виконувалась рівність $xxxxx = 0$.
Так само можна переконатися, що рівняння $x^5 = 1$ має тільки один корінь $x = 1$, а рівняння $x^4 = 1$ має два корені: $x = 1$ і $x = -1$.
6. Запишіть у стандартному вигляді число:
 - а) 0,00000005; б) 0,00123.
 ✓ Розв'язання. а) $0,00000005 = 5 \cdot 10^{-8}$;
б) $0,00123 = 1,23 \cdot 10^{-3}$.

Виконайте усно

74. Знайдіть квадрати чисел:
9; 10; 11; 20; 30; 40; 500; 0,2; 0,03.
75. Знайдіть куби чисел:
1; 2; 3; 10; 100; 0,1; 0,01; $-\frac{1}{3}$; $-1\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$.
76. Знайдіть четвертий степінь чисел:
1, 2, 3, -1, -2, -3, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $-1\frac{1}{2}$.
77. Прочитайте вираз:
а) $a^2 + b^2$; б) $(a + b)^2$; в) $(x + y)^3$; г) $a^2 - b^2$; ґ) $(a - b)^2$.
78. Розв'яжіть рівняння:
а) $x^7 = 0$; б) $x^8 = 0$; в) $15x^6 = 0$; г) $x^8 = 1$; ґ) $x^3 = 1$.

Рівень А

Обчисліть (79—82).

79. а) $5^2, 2^5, 10^3, 100^3, 25^2$; б) $(0,2)^3, (0,3)^2, (0,04)^3$;
в) $1,2^2, 2,3^2, 3,1^3, 1,007^2$; г) $(-2)^4, (-13)^2, (-2)^5$;
ґ) $(-3)^4, -(3^4), -3^4, (-0,5)^2, -0,5^2, (-1)^{150}, (-1)^{105}$.
80. а) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$; б) $3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + 7^2$;
в) $(-2)^2 + (-2)^3 + (-2)^4 + (-2)^5 + (-2)^6$.
81. а) $(0,3)^3 \cdot 10^4$; б) $11, 2 : 10^2$; в) $2400 \cdot (0,1)^4$;
г) $(-0,1)^5 : (0,01)^2$; ґ) $-0,2^4 \cdot (-1)^{15}$; д) $(-1)^{12} : (0,5)^3$.
82. а) $2 \cdot 6^2$; б) $\left(-2 \cdot \frac{1}{4}\right)^3$; в) $5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$; г) $-3^2 \cdot 2$; ґ) $(5,6 - 4,5)^3 : 0,1$.
83. Стародавня єгипетська задача.
У семи людей по сім кішок, кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків, із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Які числа цього ряду та їх сума?
84. Чи правильна рівність:
а) $3^2 + 4^2 = 5^2$; б) $15^2 + 16^2 = 17^2$; в) $35^2 + 36^2 = 37^2$;
г) $3^3 + 3^2 = 6^2$; ґ) $4^3 + 6^2 = 10^2$; д) $97^2 - 96^2 = 97 + 96$?



85. Доведіть, що:
а) $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$; б) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 = 45^2$.
86. Обчисліть площу квадрата, сторона якого дорівнює:
а) 3 см; б) 10 м; в) 8,5 км.
87. Подайте число у вигляді степеня з показником, більшим за 1, і найменшою за модулем основою:
а) 125; б) -32; в) 2401; г) 243;
ґ) 0,729; д) 0,4096; е) $-\frac{8}{27}$; є) $2\frac{46}{625}$.
88. Знайдіть значення виразу:
а) $(-7)^2 - (-1)^9 \cdot 3^4$; б) $(0,02 + 0,28)^4 \cdot 10^5$;
в) $63 - \left(4 \cdot \frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4}$; г) $(-1)^{24} : \left(\frac{1}{2}\right)^6 + (-3)^5$;
ґ) $(5,6 - 4,5)^3 : 0,1$; д) $(0,3^2 + 0,4^2) - 0,5^2$.
89. Знайдіть значення виразу:
а) $3a^4 - 2a^2$, якщо $a = -3$; б) $5c^3 - 2c^2 + c$, якщо $c = 0,5$;
в) $n^3 + (n - 3)^2$, якщо $n = -2$; г) $(2m - 1)^2 : m^4$, якщо $m = -0,1$.
- Розв'яжіть рівняння (90—91).
90. а) $5x^4 = 5$; б) $4x^2 = x^2$; в) $16(x + 5)^2 = 0$; г) $-2x^3 = 2$.
91. а) $x^3 + 1 = 0$; б) $x^6 - 1 = 0$; в) $2x^7 = 2$; г) $x^3 - 6 = 2$.
92. Запишіть у стандартному вигляді значення величин:
швидкість світла — 300 000 км/с;
маса Землі — 6 000 000 000 000 000 000 т;
маса Місяця — 73 500 000 000 000 000 000 т;
об'єм Землі — 1 083 000 000 000 км³.
93. Запишіть у стандартному вигляді числа:
а) 20 000; б) 7 530 000; в) 10 500 000; г) 909 900 000;
ґ) 33 000; д) 105; е) 1 000 000 000; є) 12345,67.



94. Запишіть у звичайному вигляді числа:

- а) $5,2 \cdot 10^4$; б) $1,31 \cdot 10^3$; в) $7,1 \cdot 10^5$; г) $4,44 \cdot 10^2$;
 г) $2,05 \cdot 10^4$; д) $3,125 \cdot 10^6$; е) $9 \cdot 10^9$; є) $6,75 \cdot 10^5$.

Рівень **Б**

95. Чи правильна рівність:
 а) $2^2 + 2^2 + 6^2 + 10^2 = 12^2$; б) $2^2 + 4^2 + 6^2 + 13^2 = 15^2$;
 в) $2^2 + 6^2 + 8^2 + 25^2 = 27^2$; г) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$?

96. Обчисліть значення виразу:
 а) $3,24 \cdot 10^2$; б) $(3^4 + 19)^5$; в) $(0,875 + 0,5^3)^{10}$;
 г) $(-0,3)^4 \cdot 10^3$; д) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$; е) $(4^4 - 3^5 - 13)^{12}$.

97. Спростіть вираз:
 а) $(35 - 2^5)^4$; б) $4000 \cdot 0,2^3$; в) $(0,3^3 - 0,017)^6$;
 г) $(-1,1)^3 : 0,11$; д) $(2^7 - 5^3 - 4)^{15}$; е) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$.

98. Знайдіть значення виразу:
 а) $(4x^2 - y^2)^2 : (2x - y)^2$, якщо $x = 0,6$, $y = -0,2$;
 б) $2x^5 + (x + 2y)^3 + y^2$, якщо $x = -2$, $y = 3$;
 в) $((1 + b)^2 - (a - 1)^2)^3 - (a + b)^2$, якщо $a = 1,1$, $b = 0,1$;
 г) $(2m - n)^2 - (4m^2 + n^2 - 4mn)$, якщо $m = 1,3$, $n = 2,5$.

99. Заповніть таблиці.

а)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$2x^2$									

б)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$(2x)^2$									

100. Складіть таблицю значень виразу $x^4 - 3x^3 + 2x^2$ для x , що дорівнює: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

101. Обчисліть, користуючись калькулятором:
 а) $3,4^5$; б) $5,75^4 + 57$; в) $47,2 \cdot 2,84^3$; г) $3,7 + 2,7^4$.

102. Обчисліть і порівняйте:
 а) суму квадратів чисел 3 і 5 та квадрат їх суми;
 б) різницю квадратів чисел 10 і 6 та квадрат їх різниці.

103. Обчисліть і порівняйте:
 а) суму кубів чисел 3 і 2 та куб їх суми;
 б) різницю кубів чисел 5 і 2 та куб їх різниці.

104. На скільки: а) квадрат півсуми чисел 2, 3, 4 і 5 більший за півсуму їх квадратів; б) куб півсуми чисел 2, 3, 4 і 5 більший за півсуму їх кубів?

105. На картині художника М. П. Богданова-Бельського «Усна лічба» зображено урок математики в школі XIX ст. Учитель запропонував школярам усно скоротити дріб

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

Спробуйте виконати це завдання і ви.



106. Значення якого з трьох даних виразів найбільше, а якого — найменше:

а) $\frac{7^2 + 3^2}{2}$, $\left(\frac{7+3}{2}\right)$, $\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$;

б) $\frac{7^2 - 5^2}{2}$, $\left(\frac{7-5}{2}\right)^2$, $\left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$;

в) $\frac{5^3 + 3^3}{2}$, $\left(\frac{5+3}{2}\right)^3$, $\left(\frac{5}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^3$?

107. Доведіть, що рівняння не має розв'язків:

а) $x^4 + 3 = 0$; б) $3x^2 + 8 = 0$; в) $(y - 3)^2 + 1 = 0$.

Розв'яжіть рівняння (108—109).

108. а) $(x - 5)^3 = 1$; б) $(x^2 + 1)^2 = 0$; в) $(x^2 + 1)^3 = 8$;

г) $(2x - 3)^5 = 1$; р) $(8 - 3z)^3 = -1$; д) $(x^4 + 3)^2 = 1$.



109. а) $2(y^2 - 1) = 0$; б) $3(z^4 - 1) = 0$; в) $0,5(x^3 + 2) = 1$;

г) $0,2(1 + z^3) = 0,4$; р) $(x + 2)^3 = -1$; д) $(5 - y)^7 + 2 = 1$.

110. Запишіть у стандартному вигляді числа:

а) 287 287 000; 17 530 000; 220 500; 90,99;

б) 0,0003; 0,235; 0,05; 0,0000000041;

в) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{200}$; $\frac{3}{5000}$; $\frac{73}{500\,000}$; $\frac{999}{1\,000\,000\,000}$.

111. Запишіть у звичайному вигляді числа:

а) $1,2 \cdot 10^3$; $3,47 \cdot 10^5$; $7,3 \cdot 10^4$; $14,23 \cdot 10^5$;

б) $2 \cdot 10^{-4}$; $1,1 \cdot 10^{-3}$; $9 \cdot 10^{-5}$; $6,75 \cdot 10^{-6}$.

112*. Доведіть, що:

а) $10^{12} + 2$ ділиться на 3; б) $1 + 10^{10} + 10^{100}$ ділиться на 3;

в) $10^{15} + 8$ ділиться на 9; г) $10^{10} - 1$ ділиться на 9.

113*. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення дробу є натуральним числом:

а) $\frac{6^n - 1}{5}$; б) $\frac{10^n + 5}{3}$; в) $\frac{10^n - 1}{9}$; г) $\frac{3^{4n} + 4}{5}$.



114*. Замініть букви цифрами так, щоб була правильною рівність:

а) куб = e^e ; б) степінь = ee^e .

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

115. Чи тотожні вирази:

а) $2a + a + a$ і $4a$; б) $x + x + x$ і x^3 ; в) $2b - 2a$ і $-2(a - b)$;

г) $5 + 5 + 5x$ і $15x$; р) $3y + 2y + y - 6$ і y ; д) $a^3 - a$ і a^2 ?

116. За якої умови правильна пропорція:

а) $3 : x = x : 27$; б) $y : 4 = 16 : y^2$?

117. Якщо відкрити меншу лиш трубу —

басейн наповниться водою за добу;

коли ж відкрити разом дві труби,

він вщерть наповниться за чверть доби.

Як довго наповнявся б він водою

одною тільки більшою трубою?

118. Бічна сторона рівнобедреного трикутника на 3 см довші за основу. Знайдіть їх довжини, якщо периметр трикутника: а) 54 см; б) 6 см; в) a см.

§4. ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ



Далі розглянемо найважливіші тотожні перетворення виразів зі степенями. Почнемо з основної властивості степеня.



Яке б не було число a і натуральні показники степенів m і n , завжди

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Доведення.

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{aa \dots a}_{m \text{ разів}} \cdot \underbrace{aa \dots a}_{n \text{ разів}} = \underbrace{aa \dots a}_{(m+n) \text{ разів}} = a^{m+n}.$$

Тотожність $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ називають *основною властивістю степеня*. З неї випливає, що **при множенні степенів одного й того самого числа показники степенів додають, а основу лишають ту саму**.

Наприклад,

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^7; \quad 1,3^4 \cdot 1,3^5 = 1,3^9; \quad x^3 x^5 = x^8.$$

Якщо b не було числом a ($a \neq 0$) і натуральні показники степеня m і n ($m > n$), завжди

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Доведення. За правилом множення степенів

$$a^{m-n} \cdot a^n = a^{m-n+n} = a^m, \text{ тому } a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Щоб поділити степені з однаковими основами (за умови, що показник степеня діленого більший від показника степеня дільника), потрібно основу залишити без змін, а від показника степеня діленого відняти показник степеня дільника.

Наприклад,

$$7^5 : 7^3 = 7^2; \quad (-13)^{11} : (-13)^7 = (-13)^4.$$

Якщо b не було числом a і натуральні показники степеня m і n , завжди

$$(a^n)^m = a^{nm}.$$

Доведення.

$$(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \dots \cdot a^n}_{m \text{ разів}} = a^{\overbrace{n+n+\dots+n}^m} = a^{nm}.$$

Щоб піднести степінь до степеня, потрібно показники степенів перемножити, а основу залишити ту саму.

Наприклад,

$$(2^3)^4 = 2^{12}; \quad (0,7^2)^5 = 0,7^{10}; \quad (c^7)^3 = c^{21}.$$

Для будь-яких чисел a і b та натурального показника степеня n

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

Доведення.

$$(ab)^n = \underbrace{ab \cdot ab \cdot \dots \cdot ab}_{n \text{ разів}} = \underbrace{aa \dots a}_{n \text{ разів}} \cdot \underbrace{bb \dots b}_{n \text{ разів}} = a^n \cdot b^n.$$

Отже,

n -й степінь добутку дорівнює добутку n -х степенів множників.

Наприклад,

$$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4; \quad (3m)^6 = 3^6 m^6.$$

Можна довести (спробуйте зробити це самостійно), що для будь-яких чисел a і b ($b \neq 0$) і натурального показника степеня n правильна рівність:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Отже, за вказаних умов:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad a^m : a^n = a^{m-n}; \quad (a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n b^n; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Хочете знати ще більше?

Розглянуті властивості степенів з натуральними показниками можна поширити і на степені з цілими від'ємними показниками. Наприклад,

$$10^{-5} \cdot 10^{-3} = 10^{-5+(-3)} = 10^{-8};$$

$$(10^{-2})^{-3} = 10^6.$$

Використовуючи властивості степенів з цілими показниками, можна спростити виконання дій з будь-якими числами, записаними у стандартному вигляді. Знайдемо, для прикладу, добуток і частку чисел a і b , якщо $a = 3,5 \cdot 10^7$, $b = 4 \cdot 10^{-3}$.

$$a \cdot b = 3,5 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 3,5 \cdot 4 \cdot 10^7 \cdot 10^{-3} = 14 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^5;$$

$$a : b = (3,5 \cdot 10^7) : (4 \cdot 10^{-3}) = (3,5 : 4) \cdot (10^7 : 10^{-3}) =$$

$$= 0,875 \cdot 10^{7-(-3)} = 0,875 \cdot 10^{10} = 8,75 \cdot 10^9.$$

Перевірте себе

1. Сформулюйте основну властивість степенів.
2. Сформулюйте правило піднесення до степеня добутку.
3. Як підносити до степеня степінь?
4. Як підносити до степеня дріб?

✓ Виконаємо разом!

1. Обчисліть: а) $0,5^{10} \cdot 4^5$; б) $0,2^8 \cdot 5^6$; в) $9^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8$.

✓ Розв'язання. а) $0,5^{10} \cdot 4^5 = (0,5^2)^5 \cdot 4^5 = (0,25 \cdot 4)^5 = 1^5 = 1$;
б) $0,2^8 \cdot 5^6 = 0,2^2 \cdot 0,2^6 \cdot 5^6 = 0,04 \cdot (0,2 \cdot 5)^6 = 0,04 \cdot 1^6 = 0,04$;

$$в) 9^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 9^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 = 9 \cdot 9^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 = 9 \cdot 1^4 = 9.$$

Відповідь. а) 1; б) 0,04; в) 9.

2. Розв'яжіть рівняння $2x^2 \cdot x = 2$.

✓ Розв'язання. Поділимо обидві частини рівняння на 2 і подамо ліву частину у вигляді степеня з основою x :

$$2x^2 \cdot x = 2, \quad x^2 \cdot x = 1, \quad x^3 = 1, \quad \text{звідси } x = 1.$$

Відповідь. $x = 1$.

3. Запишіть у вигляді степеня вираз:

а) $a^5 \cdot a^3 \cdot a$; б) $(x - 2y)(x - 2y)^2$; в) $81 \cdot 3^5 \cdot 27$.

✓ Розв'язання. а) $a^5 \cdot a^3 \cdot a = a^{5+3+1} = a^9$;

б) $(x - 2y)(x - 2y)^2 = (x - 2y)^{1+2} = (x - 2y)^3$;

в) $81 \cdot 3^5 \cdot 27 = 3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^3 = 3^{4+5+3} = 3^{12}$.

Відповідь. а) a^9 ; б) $(x - 2y)^3$; в) 3^{12} .

4. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел

$$a = 1,2 \cdot 10^5 \text{ і } c = 2 \cdot 10^4.$$

✓ Розв'язання. $a + c = 1,2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 =$
 $= 12 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^4 = 14 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^5$;

$$a - c = 1,2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^4 = 12 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 10 \cdot 10^4 = 10^5$$
;

$$a \cdot c = 1,2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^4 = 1,2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^4 = 2,4 \cdot 10^9$$
;

$$a : c = (1,2 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^4) = (1,2 : 2) \cdot (10^5 : 10^4) = 0,6 \cdot 10 = 6.$$

Відповідь. $1,4 \cdot 10^5$; 10^5 ; $2,4 \cdot 10^9$; 6.

Виконайте усно

Спростіть вираз (119—120).

119. а) $3^5 \cdot 3^7$; б) $12^4 \cdot 12^3$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$; г) $(-4)^2 \cdot (-4)^3$.

120. а) $x^5 \cdot x^8$; б) $m^3 \cdot m^7$; в) $f^4 : f$; г) $c^3 \cdot c^4 \cdot c^5$; г) $z^2 \cdot z^5 \cdot z$.

121. Подайте вираз у вигляді степеня:

а) 625; б) $(x^3)^5$; в) $x^2 \cdot y^2$; г) $8 \cdot 3^3$; г) $64 \cdot 49$; д) $x^4 \cdot y^6$.

122. Розв'яжіть рівняння:

а) $z^3 z = 0$; б) $4x^5 x^6 = 0$; в) $y^5 y^2 = 1$; г) $xx^3 = 1$.

Рівень А

Подайте добуток у вигляді степеня (123—124).

123. а) $3^{13} \cdot 3^6$; б) $18 \cdot 18^{14}$; в) $(-11)^5 \cdot (-11)^4$;

г) $\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7$; г) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)$; д) $\left(-\frac{2}{5}\right)^9 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{16}$;

е) $0,5^5 \cdot 0,5^5$; е) $(-1,2) \cdot (-1,2)$.

124. а) $a^5 \cdot a^3$; б) $x^4 \cdot x^4$; в) $m \cdot m^8$; г) $x \cdot x^2 \cdot x^3$; г) $y^7 \cdot y \cdot y^7 \cdot y$;
 д) $z \cdot z^2 \cdot z^3 \cdot z^5$; е) $(a + b)^2 \cdot (a + b)^5$; е) $(x - y) \cdot (x - y)$.


 125. Спростіть вираз:

а) $4^5 \cdot 4^7$; б) $a^7 \cdot a^4$; в) $x^2 \cdot x^4 \cdot x^5$; г) $0,2^5 \cdot 0,2^3$; г) $c^{10} : c^8$;
 д) $c^8 \cdot c^3 \cdot c$; е) $13^8 : 13^7$; е) $n^5 \cdot n^{12}$; ж) $a^5 \cdot a^7 \cdot a^4$.

Виконайте піднесення до степеня (126—127).

126. а) $(a^2)^3$; б) $(x^3)^2$; в) $(y^7)^2$; г) $(-x^5)^6$; г) $((-a)^3)^4$;

д) $((-b)^3)^7$; е) $((x^5)^4)^3$; е) $(-x^3)^3$; ж) $(-a^4)^9$; з) $((-x)^4)^9$.

 127. а) $(m^8)^3$; б) $(x^{10})^4$; в) $(a^5)^n$; г) $(z^m)^8$.

128. Знайдіть:


а) другий, третій і четвертий степені числа 2^4 ;
 б) другий, третій і п'ятий степені числа $(-2)^3$.


129. Додатне чи від'ємне значення виразу:

а) $(-5)^{21} : (-5)^{13}$; б) $(-8)^8 \cdot (-8)^{10}$; в) $(-3)^5 \cdot (-3)^7 \cdot (-3)^4$?

Порівняйте значення виразів (130—131).

130. а) $(-2)^3 \cdot (-2)^{10}$ і $(-2)^8$; б) $(-3)^7 : (-3)^5$ і $(-3)^{75}$;
 в) $(-1)^5 \cdot (-10)^{35}$ і $(-100)^{91}$; г) $(-2,5)^{32} : (-7)^{31}$ і $(-2,5) : (-7)$.

 131. а) $(-6)^{21} \cdot (-6)$ і $(-6)^{30}$; б) $(-4)^{12} : (-4)^7$ і $(-4)^{16}$;
 в) $(-2)^9 \cdot (-2)^{15}$ і $(-2)^{25}$; г) $(-5)^6 \cdot (-5)^5$ і $(-5)^{13}$.

 132. Обчисліть значення виразу:

а) $2^{13} \cdot 0,5^{13}$; б) $0,5^{18} \cdot 2^{18}$; в) $25^7 \cdot 0,04^7$; г) $5^{33} \cdot 0,2^{33}$.

133. Знайдіть значення виразу:

а) $2^7 \cdot 5^7$; б) $0,25^{10} \cdot 4^{10}$; в) $(-8)^{11} \cdot 0,125^{11}$;

$$\text{г) } 0,2^8 \cdot 0,5^8; \quad \text{р) } 6^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6; \quad \text{д) } \left(1\frac{3}{5}\right)^{16} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{16}.$$

 **134.** Чи має розв'язки рівняння:

$$\text{а) } x^2 x^4 = -1; \quad \text{б) } x^3 x^6 = -1; \quad \text{в) } x^7 \cdot 0 = 0; \quad \text{г) } 0 \cdot x^8 = 1?$$

135. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } x^8 \cdot x^7 = 1; \quad \text{б) } y^4 \cdot y^5 = -1; \quad \text{в) } x^2 \cdot x^2 = 1; \quad \text{г) } z^3 \cdot z^2 \cdot z^8 = -1.$$

136. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

$$\text{а) } 2,4 \cdot 10^5 \text{ і } 3 \cdot 10^5; \quad \text{б) } 1,5 \cdot 10^7 \text{ і } 5 \cdot 10^7; \\ \text{в) } 6,4 \cdot 10^4 \text{ і } 3,2 \cdot 10^4.$$

137. Виконайте дії:


$$\text{а) } 2,5 \cdot 10^5 + 3,3 \cdot 10^5; \quad \text{б) } 7,7 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^7; \\ \text{в) } (6,4 \cdot 10^4) : (3,2 \cdot 10^4); \quad \text{г) } (6,4 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 10^3).$$

Рівень Б

Обчисліть (138—140).

$$\text{138. а) } 0,5^{12} \cdot 2^{13}; \quad \text{б) } 0,1^{21} \cdot 10^{20}; \quad \text{в) } 0,2^{41} \cdot (-0,5)^{40}; \\ \text{г) } 5^{27} \cdot 0,2^{30}; \quad \text{р) } (-0,25)^{15} \cdot 4^{16}; \quad \text{д) } 4^{31} \cdot 0,25^{30}.$$

$$\text{139. а) } \left(-\frac{5}{7}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)^{14}; \quad \text{б) } 7^{15} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^{16}; \quad \text{в) } \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{11}; \\ \text{г) } (-0,4)^8 \cdot 3^4 \cdot (-2,5)^8; \quad \text{р) } 0,2^7 \cdot 0,3^2 \cdot 5^7; \quad \text{д) } 25^{10} \cdot 2^8 \cdot 0,04^{10}.$$


 **140.** а) $5^{20} \cdot 0,2^{18}$; б) $0,04^{12} \cdot 25^{11}$; в) $(-2,5)^{17} \cdot (0,4)^{19}$;
г) $10^{26} \cdot 0,1^{28}$; р) $\left(\frac{1}{8}\right)^{35} \cdot (-8)^{37}$; д) $(-1,25)^{22} \cdot (-0,8)^{23}$.

Подайте у вигляді степеня добуток (141—143).

$$\text{141. а) } a^5 \cdot (a^2)^7; \quad \text{б) } (x^2)^3 \cdot (x^3)^4; \quad \text{в) } y \cdot (y^5)^2 \cdot y^6;$$

$$\text{г) } (b^3 \cdot b^5)^2; \quad \text{р) } (x \cdot x^8)^3 \cdot x^3; \quad \text{д) } (-a^2)^3 \cdot (a^3)^5;$$

$$\text{е) } (-y)^6 \cdot (-y^4)^5; \quad \text{є) } ((-x)^3)^2 \cdot (-x)^4; \quad \text{ж) } (-a^4)^3 \cdot ((-a)^3)^5.$$

 **142.** а) $a^6 x^6$; б) $(-b)^7 y^7$; в) $a^3 b^3 c^3$; г) $(-1)^9 m^9$; р) $32x^5$;
д) $0,0081b^2$; е) $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} a^{10} b^{10}$; є) $\frac{1}{27} x^3 y^3$; ж) $10000 \left(\frac{m}{n}\right)^4$.

$$\text{143. а) } 5^6 \cdot 125; \quad \text{б) } 36 \cdot 6^8; \quad \text{в) } 2^{10} \cdot 64; \quad \text{г) } 0,001 \cdot 0,1^5; \\ \text{р) } (-0,3)^{15} \cdot (-0,027); \quad \text{д) } 0,4 \cdot 0,16; \quad \text{е) } 0,25 \cdot 0,125; \\ \text{є) } \frac{27}{64} \cdot \frac{9}{16}; \quad \text{ж) } \frac{16}{625} \cdot \left(-\frac{8}{125}\right).$$

144. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 3x^2 \cdot x^5 + 3 = 0; \quad \text{б) } -2y^4 \cdot y^7 = 2; \\ \text{в) } 0,5x^3 \cdot x^8 + 1 = 1,5; \quad \text{г) } \frac{1}{3}y^4 \cdot y^7 + 2 = 2\frac{1}{3}.$$

 **145.** Замініть зірочку степенем так, щоб утворилась тотожність:

$$\text{а) } x^6 \cdot * = x^{15}; \quad \text{б) } a^{10} \cdot * \cdot a = a^{17}; \quad \text{в) } (*)^5 = x^{20}; \quad \text{г) } (*)^7 = -a^{21}.$$

146. Знайдіть таке значення змінної, при якому рівність буде правильною:

$$\text{а) } 5^3 \cdot 5^4 = 5^{5+z}; \quad \text{б) } 3x \cdot 3^5 = (3^2)^x; \quad \text{в) } \left((4^3)^x\right)^4 = 4^x \cdot 4^{22};$$

$$\text{г) } (6^x)^4 = (6^3)^x; \quad \text{р) } (7^6)^8 = 7^{12x}; \quad \text{д) } (2^5)^x \cdot 2^2 = (2^3)^x \cdot (2^x)^4.$$

147. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } (2x)^5 = -32; \quad \text{б) } (3x)^4 = 81; \quad \text{в) } 12x^5 x^3 = 0; \\ \text{г) } (x^9 \cdot x^4)^3 = -1; \quad \text{р) } (x^7 \cdot x^{11})^5 = 1; \quad \text{д) } (4(x+2)^2)^8 = 0.$$

 **148.** Користуючись тотожністю

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n,$$

доведіть тотожність:

$$\text{а) } (xyz)^n = x^n \cdot y^n \cdot z^n; \quad \text{б) } (xyzt)^n = x^n \cdot y^n \cdot z^n \cdot t^n.$$

149. Доведіть тотожність:

$$\text{а) } a^m \cdot a^n \cdot a^k = a^{m+n+k}; \quad \text{б) } ((a^n)^m)^k = a^{nmk}.$$

150. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

$$\text{а) } 3 \cdot 10^{-7} \text{ і } 2 \cdot 10^{-7}; \quad \text{б) } 4,5 \cdot 10^{10} \text{ і } 3 \cdot 10^9; \\ \text{в) } -6 \cdot 10^{13} \text{ і } 1,2 \cdot 10^{12}; \quad \text{г) } 2,8 \cdot 10^{19} \text{ і } 7 \cdot 10^{20}.$$

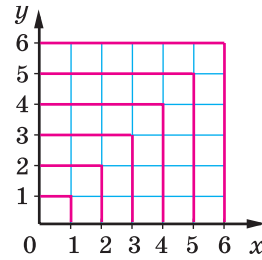
 **151.** Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

$$\text{а) } 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ і } 7 \cdot 10^{-6}; \quad \text{б) } 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ і } 5 \cdot 10^{-4}.$$

152. Виконайте дії:

$$\text{а) } 2,5 \cdot 10^4 + 3,3 \cdot 10^5; \quad \text{б) } 7,7 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^5; \\ \text{в) } 6,4 \cdot 10^5 : (3,2 \cdot 10^4); \quad \text{г) } 5,5 \cdot 10^7 + 8,3 \cdot 10^6; \\ \text{р) } 7,7 \cdot 10^4 - 7,1 \cdot 10^6; \quad \text{д) } 6,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3.$$

153. Користуючись малюнком 7, виразіть квадрат довільного натурального числа n через суму n перших непарних чисел.



Мал. 7

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

154. Чи є тотожністю рівність:

- а) $3x + 5 = 3(x + 5)$; б) $3(x - 4) = 3x - 12$;
 в) $(2a - b)^2 = (b - 2a)^2$; г) $(2x - 3y)^3 = (3y - 2x)^3$;
 ґ) $(a + b) \cdot 0 = a + b$; д) $y(x - x) = 0$?

155. Добова потреба підлітка — 52—75 ккал на 1 кг маси тіла. Внаслідок інтенсивного росту та при збільшенні навантажень ця кількість кілокалорій може збільшуватись на $\frac{1}{6}$ частину. Виконайте відповідні підрахунки і встановіть кількість калорій, яка необхідна вам щоденно. Складіть тижневе меню, враховуючи, що їжа підлітка повинна містити білки, жири й вуглеводи у співвідношенні 1:1:4, а при фізичних навантаженнях — 1:1:6

§5. одночлени



Найпростіші вирази — числа, змінні, їх степені й добутки — називають *одночленами*. Наприклад,

$$6, -\frac{7}{12}, z, x^5, 0, 3a^2x, 3a \cdot 5c.$$

Якщо одночлен містить тільки один числовий множник, до того ж поставлений на перше місце, і якщо кожна змінна входить тільки до одного множника, такий одночлен називається *одночленом стандартного вигляду*. Такими є, наприклад, усі наведені вище одночлени, крім останнього. Одночлени $3a \cdot 5c$, $2x^3x^2$, $ab \cdot 8$ записано в нестандартному

вигляді: перший містить два числові множники 3 і 5, другий — два множники x^3 і x^2 з тією самою змінною x , у третьому числовий множник 8 поставлений не на перше місце.

Користуючись переставним і сполучним законами множення, кожний одночлен можна записати в стандартному вигляді.

Наприклад,

$$\begin{aligned} 3a \cdot 5c &= 3 \cdot 5 \cdot a \cdot c = 15ac, \\ 0,5xy \cdot 4y^3 &= 0,5 \cdot 4 \cdot x \cdot y \cdot y^3 = 2xy^4, \\ 4cx(-2cx^3) &= 4 \cdot (-2) \cdot c \cdot c \cdot x \cdot x^3 = -8c^2x^4. \end{aligned}$$

Числовий множник одночлена, записаного в стандартному вигляді, називають *коефіцієнтом* цього одночлена. Наприклад, коефіцієнти одночленів $15xz$, $-8, 3a^2$, t^3 , $-p$ дорівнюють відповідно 15, $-8, 3, 1$ і -1 . Коефіцієнти 1 і -1 не прийнято писати.

Зведення одночлена до стандартного вигляду полягає в множенні двох чи кількох одночленів.



Щоб перемножити одночлени, числові множники перемножують, а до буквених застосовують правило множення степенів з однаковими основами.

Якщо виникає потреба перемножити кілька одночленів, то їх сполучають знаком множення, а утворений таким способом одночлен зводять до стандартного вигляду.

Наприклад, знайдемо добуток одночленів $5a^2b$ і $-0,2ab^3$.

$$5a^2b \cdot (-0,2ab^3) = 5 \cdot (-0,2)a^2abb^3 = -a^3b^4.$$

В одночлені $-a^3b^4$ сума показників змінних дорівнює 7. Цю суму називають *степенем одночлена* $-a^3b^4$. Степінь одночлена $5xy$ дорівнює 2.

Узагалі, степінь одночлена — це сума показників усіх змінних, що входять до нього. Якщо одночлен — число, вважають, що його степінь дорівнює нулю.

Наприклад, одночлени $0, 3, 5^3, (-2)^5$ мають нульовий степінь.

Одночлени можна підносити до степенів. Для прикладу піднесемо до третього степеня одночлен $2ax^5$.

$$\begin{aligned} (2ax^5)^3 &= 2ax^5 \cdot 2ax^5 \cdot 2ax^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot x^5 \cdot x^5 \cdot x^5 = \\ &= 8a^3x^{15}. \end{aligned}$$

З тотожності $(ab)^n = a^n b^n$ випливає таке правило.



Щоб піднести до степеня одночлен, слід піднести до цього степеня кожний множник одночлена і знайдені степені перемножити.

Приклади. $(3my^2)^4 = 3^4 m^4 (y^2)^4 = 81m^4 y^8$,
 $\left(-\frac{1}{3}a^2 x^3\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (x^3)^4 = \frac{1}{81}a^8 x^{12}$.



Хочете знати ще більше?

Одночлени, як і числа, можна додавати, віднімати, множити і ділити. Проте сума, різниця і частка двох одночленів не завжди є одночленом. Наприклад, сума і різниця одночленів $6x$ і $2x$ дорівнюють відповідно одночленам $8x$ і $4x$. Але сума і різниця одночленів $8ax$ і $4ay$ дорівнюють виразам $8ax + 4ay$ і $8ax - 4ay$, а ці два вирази — не одночлени.

Частка одночленів $6c^3$ і $3c$ дорівнює одночлену $2c^2$ (оскільки $2c^2 \cdot 3c = 6c^3$). Але частка від ділення $12c$ на $6c^3$ — не одночлен.

Перевірте себе

1. Що таке одночлен?
2. Що таке коефіцієнт одночлена?
3. Коли говорять, що одночлен записаний у стандартному вигляді?
4. Як перемножити два одночлени?
5. Як піднести до степеня одночлен?
6. Що називають степенем одночлена?

Виконаємо разом!

1. Запишіть одночлен у стандартному вигляді:

а) $ax^2 \cdot 25x^3$; б) $-5a^2n \cdot 2a^2n^3$; в) $\frac{2}{3}xy^2 \cdot (-3x^3)$.

✓ Розв'язання. а) $ax^2 \cdot 25x^3 = 25 \cdot ax^2 \cdot x^3 = 25ax^5$;

б) $-5a^2n \cdot 2a^2n^3 = -5 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot n \cdot n^3 = -10a^4n^4$;

в) $\frac{2}{3}xy^2 \cdot (-3x^3) = \frac{2}{3} \cdot (-3) \cdot x \cdot x^3 \cdot y^2 = -2x^4y^2$.

Відповідь. а) $25ax^5$; б) $-10a^4n^4$; в) $-2x^4y^2$.

2. Піднесіть до квадрата і куба одночлен $-2xz^3$.

✓ Розв'язання. $(-2xz^3)^2 = (-2)^2 \cdot x^2 \cdot (z^3)^2 = 4x^2z^6$;

$(-2xz^3)^3 = (-2)^3 \cdot x^3 \cdot (z^3)^3 = -8x^3z^9$.

Відповідь. $4x^2z^6$; $-8x^3z^9$.

Виконайте усно

156. Перемножте одночлени, щоб заповнити таблицю:

	x	$5x$	$-0,1x$	$2x^2$
a				
$2a$				
$-3ax$				
$4a^2$				

157. Який із виразів є одночленом:

- а) $\frac{2}{3}abc^3$; б) $(a+b)x$; в) $c^2 \cdot (-y^2)$; г) $-3,5$; ґ) $t^{125} : z$?

Рівень А

158. Випишіть одночлени стандартного вигляду:

а) $3mn^2m^4$; б) $-3xyz^5$; в) $3ab \cdot 7c$; г) $\frac{1}{2}c$; ґ) $2x \left(-\frac{1}{2y}\right)$.



159. Запишіть одночлен у стандартному вигляді й підкресліть його коефіцієнт:

а) $2a \cdot 3b$; б) $12ax \cdot a^2$; в) $-5cz \cdot cz$; г) $0,3a \cdot 2ab^2$;

ґ) $\frac{1}{3}mn \cdot 3n^2$; д) $(-2ab) \cdot (-3)$; е) $a^2 \cdot 3bc \cdot a^3$; є) $-3 \cdot (-5)xy$;

ж) $\frac{1}{3}x \cdot x^2 \cdot 1\frac{1}{2}x^3$; з) $2,5ax \cdot (-0,4)x^2$.

160. Знайдіть коефіцієнт одночлена:

а) $2na^3$; б) xy^2z^3 ; в) $-ab^3c$; г) $\frac{2}{3}a^2 \cdot x^3$; ґ) $-2xy \cdot 3x^2$.



161. Обчисліть значення одночлена:

а) $2a^4b$, якщо $a = -1$, $b = 5$; б) $-x^2y^3$, якщо $x = 0,2$, $y = -3$;

в) $-0,5xc^3$, якщо $x = -0,2$, $c = -\frac{1}{2}$.

Перемножте одночлени (162—163).

162. а) $2ab$ і $3a^2c$; б) $0,3xy^2$ і $\frac{1}{3}x^2y$; в) $-am^2$ і $3m^3p$;

г) $0,2xy$ і $-5xy$; г) $abcd$ і $-ab^2c^3$; д) $1\frac{2}{3}ax$ і $\frac{3}{5}z$.

163. а) $3a^3$, $2a^2z$ і $6az^3$; б) $2y$, $-3y^2$ і y^3 ; в) $\frac{2}{5}x^5y^4$ і $-\frac{5}{7}xy^3$.

164. Піднесіть до квадрата і до куба одночлен:

а) $2ax$; б) $-3a^2$; в) $5bc^2$; г) $0,2x^3m$; г) $-\frac{1}{2}x^5c^2$; д) $-\frac{2}{3}a^2x^3$.

Спростіть вираз (165—166).

165. а) $(3ax^2)^3$; б) $(x^3y^3)^2$; в) $(-2ab)^3$; г) $-3xy^3 \cdot 2xy^2$; г) $(-2a^2b)^3$.

166. а) $2a(3mc)^2$; б) $\frac{1}{8}c^2(-2xc)^3$; в) $\frac{2}{3}a^3(-3ax)^4$;

г) $(-2a^2)^3 \cdot a^3$; г) $-0,7y^3\left(-\frac{1}{7}y^3\right)^2$; д) $\left(-\frac{1}{3}pq^2\right)^4 p^3 \cdot p^3$.

Рівень Б

Запишіть у стандартному вигляді одночлен (167—168).

167. а) $2a \cdot 5x \cdot \left(-1\frac{2}{5}a\right)$; б) $5c^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)cx$; в) $-4a \cdot 3axy \cdot \left(-\frac{3}{4}x^2y\right)$;

г) $0,8xyz \cdot (-5y)$; г) $\frac{2}{3}ac^3(-6c^2)$; д) $-5a^2z^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}z\right)$.

168. а) $\frac{5}{7}xy \cdot \left(-\frac{7}{10}xy\right)$; б) $\left(-\frac{3}{4}acx\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}ax^3\right)$;

в) $-3ax^2 \cdot 2a \cdot (-5x^3)$; г) $-2cz^3 \cdot 3z \cdot (-5cz)$; г) $-\frac{1}{2}cz^2 \cdot 4cx \cdot (-c)$.

169. Обчисліть значення одночлена:

а) $0,5a^5$, якщо $a = 2$; б) $2c^2x^3$, якщо $c = 1,5$, $x = -10$;

в) $-8xz^5$, якщо $x = 0,1$ і $z = -2$;

г) $-\frac{2}{3}a^2c^4$, якщо $a = \frac{1}{2}$ і $c = -3$;

г) $1\frac{13}{27} \cdot (6xy^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}xy\right)^3$, якщо $x = 3$, $y = \frac{1}{2}$;

д) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot (-0,2xy)^4 \cdot (50y^3z)^2$, якщо $x = 0,2$, $y = 10$, $z = 0,06$.

170. Перемножте одночлени:

а) $-axyz$, $2az^2$ і $-3x$; б) $5a^2$, $3xy^3$ і $-\frac{2}{3}axy^3$;

в) $-2\frac{1}{3}ab^2$, $-\frac{3}{7}ab^2$ і $3b^2$; г) $-1\frac{2}{3}an^2m$, $-3an^2$ і $-0,2a$.



171. Заповніть порожні клітинки такими степенями змінної a , щоб добутки степенів у кожному рядку, у кожному стовпчику і в кожній діагоналі були тотожно рівними (мал. 8).

a		a^3
	a^4	a^2
	1	

Мал. 8



172. Піднесіть до куба одночлен:

а) $3cx$; б) $2a^2m$; в) $0,5axy^3$; г) $-\frac{2}{3}ab^2c^3$;

г) $-1\frac{1}{2}c^2n^2p$; д) $-2\frac{2}{5}an^2c^3$.

173. Піднесіть до четвертого степеня одночлен:

а) $2an$; б) $3x^2$; в) $0,1ax^2$; г) $-0,1ac^2$; г) $-\frac{2}{3}x^2y$; д) $-1\frac{1}{2}ab^2c$.

Спростіть вираз (174—176).

174. а) $(2ac^3)^4$; б) $(-ax^3)^4$; в) $(-3an^2)^5$; г) $(-0,2xy^2)^3$;

г) $\left(-\frac{2}{3}axy^2\right)^4$.



175. а) $x^5 \cdot (2ax^2)^3$; б) $3a^2 \cdot (2a^2c)$; в) $-x^2 \cdot (3x^3y)^3$;

г) $a \cdot (2cx^2)^2$; г) $c^3 \cdot (3cx^2)^2$; д) $(-2a^2x)^2 \cdot \frac{1}{2}a$.

176. а) $(2ax^2)^2 \cdot (ax)^3$; б) $(3nz^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}nzx\right)^3$;

в) $(-2x^2y^3)^2 \cdot (-5xy^2)^3$; г) $\left(-1\frac{2}{3}ax^2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}a^3x\right)^2$;

г) $3x^2 \cdot (-5x^3y^4)^2$; д) $(-a^6b^3)^7 \cdot 6a^3b^4$;

е) $0,5mn^4 \cdot (-2m)^5$; є) $(-0,1x^2y)^4 \cdot 1000xy^2$.

177. Покажіть, що рівняння не має розв'язків:

а) $x^4 \cdot x^8 + 3 = 0$; б) $2x^7 \cdot x^5 = -31$; в) $-8y^4 \cdot y^8 = 64$.

178. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x^3)^4 \cdot x \cdot x^2 = -1$; б) $(-x^2)^3 \cdot x^5 \cdot (x^3)^3 = -1$;

$$\text{в) } (0,2x^7 \cdot x^6)^2 + 1,4 = (1,2)^2; \quad \text{г) } \frac{2}{3}(-x^5)^3 \cdot x^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9};$$

$$\text{г) } z^2 \cdot z^4 = z^2 \cdot z^3; \quad \text{д) } x^4 \cdot x^5 = 8x^6; \quad \text{е) } x^3 \cdot x^5 = x \cdot x^2.$$

 **179.** Подайте вираз у вигляді квадрата одночлена:

$$\text{а) } 16a^4b^2; \quad \text{б) } 0,36x^8y^{12}; \quad \text{в) } 0,01a^{18}b^2c^{10};$$

$$\text{г) } 361m^6n^{30}; \quad \text{г) } \frac{9}{25}a^{26}b^{14}; \quad \text{д) } \frac{16}{49}x^{16}y^{22}z^4.$$

180. Подайте вираз у вигляді куба одночлена:


$$\text{а) } -8a^6; \quad \text{б) } 27x^9y^{15}; \quad \text{в) } -0,001a^3b^{12}; \quad \text{г) } 0,064x^{18}y^{27};$$

$$\text{г) } -\frac{1}{125}a^9b^6c^3; \quad \text{д) } 1\,000\,000y^{21}x^{30}.$$

181. Замініть зірочку одночленом так, щоб утворилася правильна рівність:

$$\text{а) } * \cdot \frac{1}{3}x^4y^6 = -0,1x^4y^8; \quad \text{б) } -8a^2b^2 \cdot * = 4a^5b^7;$$

$$\text{в) } 0,6a^2b \cdot * = 6a^2b^3; \quad \text{г) } 5m^2n^3 \cdot * = -m^5n^6.$$

 **182.** Відомо, що $3x^2y^3 = 7$. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а) } 1,8x^2y^3; \quad \text{б) } 5x^2y^3; \quad \text{в) } -9x^4y^6; \quad \text{г) } 6\frac{3}{7}x^6y^9.$$

183. Відомо, що $2b^2c = 5$, $(a^2b)^2 = 2$. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а) } (-2a^2b^2c)^3 \cdot (3ab^2)^2; \quad \text{б) } (-0,5a^2b^4)^2 \cdot (2a^2bc)^3 \cdot a^2b.$$

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

184. Знайдіть:

а) суму довжин усіх ребер куба, якщо вона більша за периметр його грані на 18 см;

б) площу поверхні та об'єм цього куба.

185. У саду росли яблуні та вишні, причому яблуні становили 40% усіх дерев. Вишень було на 64 більше, ніж яблунь. Скільки дерев росло в саду? Скільки серед них було вишень? Скільки — яблунь?

186. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 2x - 3(x + 1) = 0; \quad \text{б) } 2x + 3 = 3(x + 1) - x;$$

$$\text{в) } 7(2x - 5) + 3 = 45; \quad \text{г) } 9(x + 2) - 3x = 6(x + 3).$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Варіант I

$$1^\circ. \text{ Обчисліть: а) } \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \quad \text{б) } 1,7^2 - 8 \cdot 0,5^3.$$

$$2^\circ. \text{ Піднесіть до квадрата вираз } 0,3ax^3.$$

$$3^\circ. \text{ Спростіть вираз: } (-2ac^2)^2 \cdot (0,5a^2x)^3.$$

$$4^\circ. \text{ Доведіть тотожність: } 4(7x - 1) + 3x = 31x - 4.$$

$$5^{**}. \text{ Запишіть число } 27500000000 \text{ у стандартному вигляді.}$$

Варіант II

$$1^\circ. \text{ Обчисліть: а) } \left(-\frac{3}{4}\right)^3; \quad \text{б) } 2,1^2 - 8 \cdot 0,5^4.$$

$$2^\circ. \text{ Піднесіть до квадрата одночлен } -5cz^3.$$

$$3^\circ. \text{ Спростіть вираз: } (3am^2)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}xm^4\right)^2.$$

$$4^\circ. \text{ Доведіть тотожність: } 5 - x + 3(3x - 4) = 8x - 7.$$

$$5^{**}. \text{ Запишіть число } 17770000000 \text{ у стандартному вигляді.}$$

Варіант III

$$1^\circ. \text{ Обчисліть: а) } \left(-\frac{4}{5}\right)^3; \quad \text{б) } 3,7^2 - 4 \cdot 0,5^3.$$

$$2^\circ. \text{ Піднесіть до куба одночлен } -1,2ac^2.$$

$$3^\circ. \text{ Спростіть вираз: } (-0,5ac^2)^2 \cdot (4a^2x)^3.$$

$$4^\circ. \text{ Доведіть тотожність: } 5x - 2(x - 4) = 3x + 8.$$

$$5^{**}. \text{ Запишіть число } 35000000000 \text{ у стандартному вигляді.}$$

Варіант IV

$$1^\circ. \text{ Обчисліть: а) } \left(-\frac{3}{5}\right)^3; \quad \text{б) } 2,3^2 - 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2.$$

$$2^\circ. \text{ Піднесіть до куба одночлен } -0,8x^2y.$$

$$3^\circ. \text{ Спростіть вираз: } (-0,4x^3)^2 \cdot (-10ax^2)^3.$$

$$4^\circ. \text{ Доведіть тотожність: } 9x - 2(2x + 6) = 5x - 12.$$

$$5^{**}. \text{ Запишіть число } 98790000000 \text{ у стандартному вигляді.}$$

ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Тестові завдання № 1

1. Подайте у вигляді степеня число 0,0009:
а) $0,3^3$; б) $0,3^2$; в) $0,03^2$; г) $0,03^3$.
2. Подайте у вигляді степеня одночлен $625x^8$:
а) $(5x^2)^8$; б) $(5x^2)^4$; в) $(5x)^4$; г) $(5x)^8$.
3. Який вираз тотожний виразу ax^2 :
а) $a \cdot x(-x)$; б) $a \cdot x + ax$; в) $a(-x)(-x)$; г) $ax \cdot ax$?
4. При якому m справедлива рівність $a^{16}a^m = a^{32}$:
а) 14; б) 2; в) 1; г) 16?
5. При якому p справедлива рівність $(c^3)^p = c^{12}$:
а) 1; б) 0; в) 2; г) 4?
6. Яке з рівнянь не має розв'язків:
а) $x^2 = x^6$; б) $x \cdot x^3 = -1$; в) $0 \cdot x^3 = 0$; г) $x^5 \cdot x^3 = 1$?
7. При якому значенні d вирази $9(x-3) - 2(3x+5)$ і $dx - 37$ є тотожними:
а) -3; б) 3; в) -4; г) 4?
8. Запишіть суму квадратів чисел x і y :
а) $x^2 + y^2$; б) $(x+y)^2$; в) $2x + 2y$; г) $x^2 \cdot y^2$.
9. Запишіть у стандартному вигляді число 24000000000:
а) $24 \cdot 10^9$; б) $2,4 \cdot 10^9$; в) $2,4 \cdot 10^{10}$; г) $0,24 \cdot 10^{10}$.
10. Знайдіть значення виразу $x^4 - 3x^2 + 4$, якщо $x = 2$:
а) 6; б) 7; в) 8; г) 9.

Типові завдання до контрольної роботи № 1

- 1°. Піднесіть до степеня:
а) 5^3 ; б) $(0,2)^4$; в) $(-1)^5$.
- 2°. Знайдіть значення виразу:
а) $0,5a^3 - 3,9$, якщо $a = 2$; б) $3m^2 - 82$, якщо $m = -5$.
- 3°. Подайте у вигляді одночлена стандартного вигляду вираз:
а) $6xy \cdot 0,5ax$; б) $a^2 \cdot 4a^2x$.
- 4°. Піднесіть до квадрата та куба одночлен:
а) $-a^3b^2c^5$; б) $1\frac{2}{3}m^2n$.
- 5°. Обчисліть:
а) $18 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$; б) $2,4^2 - 1,6^2$; в) $\frac{15^4}{3^3 \cdot 5^5}$.
- 6°. Спростіть вираз:
а) $\left(\frac{1}{2}ab^3\right) \cdot (-6a^2b)$; б) $(-0,2m^2n)^2 \cdot (-5mn^2)$.
- 7°. Розв'яжіть рівняння:
а) $2x^2 \cdot x = 2$; б) $4x^3 \cdot x^2 = 0$; в) $3x^4 + 6 = 0$.
- 8°. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел $2,5 \cdot 10^{10}$ і $1,25 \cdot 10^8$.
- 9°. Чи є тотожністю рівність:
а) $|x - y| = |y - x|$; б) $|x^2| + 1 = |x^2 + 1|$?
- 10°. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення дробу є натуральним числом:
$$\frac{7^{4n} - 1}{10}$$

§6. МНОГОЧЛЕНИ



У математиці часто доводиться додавати чи віднімати одночлени. Наприклад, $7x + 2a$ — сума, а $7x - 2a$ — різниця одночленів $7x$ і $2a$. Вираз $7x - 2a$ можна вважати також сумою одночленів $7x$ і $-2a$, бо $7x + (-2a) = 7x - 2a$. Вираз $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 9x - 2$ — сума одночленів $2x^4$, $-3x^3$, x^2 , $-9x$ і -2 .

♦ Суму кількох одночленів називають **многочленом**.

Кожний доданок многочлена називають його *членом*. Наприклад, многочлен $2xy - 5x + 6$ містить три члени: $2xy$, $-5x$ і 6 .

♦ Якщо многочлен містить два доданки, його називають **двочленом**, три — **тричленом**. Одночлен також вважають окремим видом многочлена.

Існують цілі вирази, які не є многочленами.

Наприклад, вирази $(a + b)^2$, $2a - (b + x)^3$ цілі, але не є многочленами. Зв'язки між згадуваними виразами ілюструє мал. 9.



Мал. 9

Многочлен може мати *подібні члени*, тобто такі доданки, які відрізняються тільки коефіцієнтами або й зовсім не відрізняються. Наприклад, у тричлені $4x + 7x - 5$ перші два члени — подібні. Звівши їх, дістанемо двочлен $11x - 5$, який тотожно дорівнює даному тричлену.

Вважають, що многочлен записано в стандартному вигляді, якщо всі його члени — одночлени стандартного вигляду і серед них немає подібних.

Наприклад, серед многочленів

$$x^3 - 2x^2 + 3x + 7, \quad ab + bc - ca, \quad 2ax - 3a \cdot 5x + 8$$

два перші вирази — многочлени стандартного вигляду, а третій — ні. На основі законів дій (див. с. 14) кожний многочлен можна подати в стандартному вигляді, наприклад:

$$2ax - 3a \cdot 5x + 8 = 2ax - 15ax + 8 = -13ax + 8.$$

Члени многочлена можна записувати в різній послідовності. Здебільшого їх упорядковують за спадними показниками тієї чи іншої змінної. Наприклад, упорядкувавши многочлен $5ax^2 + 6x^3 - 4a^2x + a^4$ за спаданням степенів змінної x , одержимо $6x^3 + 5ax^2 - 4a^2x + a^4$. Найвищий показник степеня змінної x дорівнює трьом, тому такий многочлен називають многочленом третього степеня відносно x . Його можна впорядкувати і за спаданням степенів змінної a : $a^4 - 4a^2x + 5ax^2 + 6x^3$. Це многочлен четвертого степеня відносно змінної a .



Хочете знати ще більше?

Чи є многочленом вираз $(a + b)c$? Іноді відповідають на це запитання ствердно, бо, мовляв, згідно з розподільним законом множення даний вираз тотожно дорівнює двочленові $ac + bc$, а отже і він є двочленом. Це неправильно. **В алгебрі вирази прийнято називати відповідно до того, як вони записані, а не до того, як їх можна записати.**

Розглянемо приклад. Вираз $8a$ можна подати у вигляді суми двох, трьох чи будь-якої іншої кількості доданків:

$$8a = 3a + 5a, \quad 8a = a + 3a + 4a, \quad 8a = a + a + a + a + 4a.$$

Якщо, виходячи з цього, вираз $8a$ називати і одночленом, і двочленом, і тричленом тощо, то це буде дуже незручно. Тому в алгебрі домовилися вирази називати так, як вони записані, а не так, як їх можна записати, виконавши ті чи інші тотожні перетворення.

Отже, вираз $(a + b)c$ не є ні одночленом, ні многочленом.

Перевірте себе

1. Що таке многочлен?
2. Наведіть приклади двочлена, тричлена, чотиричлена.
3. Які члени многочлена називають подібними?
4. Чи можна одночлен вважати видом многочлена?
5. Коли говорять, що многочлен записано в стандартному вигляді?

Виконаємо разом!

1. Запишіть многочлен у стандартному вигляді:

- а) $5x + 4x^2 + 3x^3 - 5x^3 - 4x^2 - 3x$;
 б) $2ab + 3a^2 \cdot ab + 7ab^2(-ab) + 3b$.

✓ Розв'язання. а) Зведемо подібні доданки і впорядкуємо за степенями члени многочлена:

$$\underline{5x} + \underline{4x^2} + \underline{3x^3} - \underline{5x^3} - \underline{4x^2} - \underline{3x} = -2x^3 + 2x.$$

б) Зведемо до стандартного вигляду кожний одночлен заданого многочлена і впорядкуємо його члени за степенями змінної a :

$$2ab + 3a^2 \cdot ab + 7ab^2(-ab) + 3b = 2ab + 3a^3b - 7a^2b^3 + 3b = 3a^3b - 7a^2b^3 + 2ab + 3b.$$

Відповідь. а) $-2x^3 + 2x$; б) $3a^3b - 7a^2b^3 + 2ab + 3b$.

2. Обчисліть значення многочлена

$$5x^5 - 3x^4 + 4x^3 + 7 + 2x^4 - 4x^3 + x^4 - 4x^5 + 2, \text{ якщо } x = 2.$$

✓ Розв'язання. Зведемо многочлен до стандартного вигляду:

$$\underline{5x^5} - \underline{3x^4} + \underline{4x^3} + 7 + \underline{2x^4} - \underline{4x^3} + \underline{x^4} - \underline{4x^5} + 2 = x^5 + 9.$$

Якщо $x = 2$, то $x^5 + 9 = 2^5 + 9 = 32 + 9 = 41$.

Відповідь. 41.

3. Два велосипедисти одночасно виїхали з пунктів A і B назустріч один одному. Знайдіть відстань між A і B , якщо вони їхали зі швидкостями a км/год і b км/год і зустрілися через t год.

✓ Розв'язання. 1-й спосіб. За t год перший велосипедист проїхав at км, а другий — bt км. Отже, вся відстань дорівнює $(at + bt)$ км або $(a + b)t$ км.

2-й спосіб. За 1 год велосипедисти наближались на $(a + b)$ км, до моменту зустрічі через t год вони проїхали $(a + b)t$ км. Це і є шукана відстань.

Відповідь. $(a + b)t$ км.

Виконайте усно

187. Який із виразів є многочленом:

- а) $2x - 3$; б) $37am^2$; в) $x^2 - 3x + \frac{5}{x}$; г) $y(x - y)$; ґ) -21 ?

188. Сумою яких одночленів є многочлен:

- а) $ax - cx^2 + 3$; б) $-2x^2 + 3x - 7$; в) $-m^2 - n^2$;
 г) $2c^3 - 3c^2 - 5c + 1$; ґ) $\frac{1}{5}x^3 - 2 + x^4 + 3x$?

189. Назвіть многочлен стандартного вигляду:

- а) $2x + 3a - 5$; б) $a^2 - a + 5a + b$; в) $-x + 3xa - a + a^2$;
 г) $m - m - n^2$; ґ) $x^3 + 3x^2 - 3x + 7$; д) $-0,5a - 4a^2 + 3a - 1$.

190. Укажіть степінь многочлена відносно змінної x :

- а) $2ax - 3a + 5$; б) $x^3 - x^5 + 4x$; в) $2x^3y - 3x^2y^2 - 1$;
 г) $0,1abx + 3,7x^2 - ab$; ґ) $3ax^3 - bx$; д) $m^3x^5 - mx^5$;
 е) $0,7ax + 8a^2x + 5$; є) $3x - x^3 + 27px$; ж) $y^5 - a^3y$.

Рівень А

191. Знайдіть суму одночленів:

- а) $3x$ і bx ; б) $2abc^2$ і $3abc^2$; в) $2ix$; ґ) $7ac$ і $3ax$;
 г) $-a^2$ і a^2 ; д) $14x^2y$ і $-6ac^2$; е) $2a$ і $3b$; є) $-a$ і a^2 ;
 ж) $3c$ і $-2y$; з) $-0,5$ і $0,5x$; и) $-4x$ і $2x$; і) q^3 і $-\frac{1}{3}q^3$.

192. Знайдіть різницю одночленів:

- а) $2a$ і $3x$; б) $-m$ і $5c$; в) $-4p$ і $2p$;
 г) $-4,7x$ і 5 ; ґ) $-3a^2x$ і $-8a^2x$; д) a і $-a$.

193. Зведіть подібні члени:

- а) $4x^2 + x - 5x^2 - 12$; б) $-6ab + 2a^2 + b^2 - ab$;
 в) $8a - 10ab + 3a$; ґ) $-0,5x^2 - y^2 + 2,2x^2 + 0,8y$;
 г) $2a^2b - b^2a + 7ab^2$; д) $\frac{2}{3}xy^3 - \frac{3}{5}x^3y - 1\frac{1}{3}xy^3 + 2x^3y$.



194. Виконайте зведення подібних членів:

- а) $4x^2 + 2x - 7x^2 - 9x^3 - 2x$; б) $3a^4 - 12 + 13a^2 + 5 - a^2 + 8a^4$;
 в) $27m^5 - 17m^3 - 7 + 10m^3 - 30m^5$;
 г) $y^4 - 2y^3 + 2 + 5y^3 - 2y - 14 + 7y^4$.

195. Спростіть вираз:

- а) $a - b + 3a + 2b^2$; б) $7x - y^2 + 5xy - 2x \cdot 3y$;
 в) $37 - z^3 + 3t - 35z^3$; г) $x + x^2 + x^3 - 2x^2 - x$;
 г) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a \cdot 3c - ac$; д) $-105p + 15q + 10p \cdot 10,5$.

196. Упорядкуйте за спаданням степенів x многочлен:

- а) $3x^4 - 5x^2 - x^3 - 2x$; б) $1 - x^2 - px - qx^3$;
 в) $ax + bx^2 + cx^3 + dx^4$; г) $1 - x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x$.

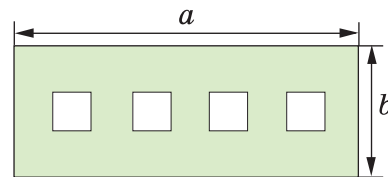
197. Обчисліть значення многочлена:

- а) $x^2 - 5x + 6$, якщо $x = 2$; б) $0,7x^2 + 0,3x^2$, якщо $x = 0,5$;
 в) $2,8a - 1,8a^2$, якщо $a = -0,2$.

198. Обчисліть значення многочлена:

- а) $m^3 - n^2$, якщо $m = 2$, $n = -3$;
 б) $s + 2t^2 - 4$, якщо $s = 2,3$, $t = 0,5$.

199. Визначте площу фігури, зображеної на малюнку 10, якщо кожний із чотирьох її отворів — квадрат, сторона якого дорівнює c .



Мал. 10

200. Упорядкуйте многочлен за спаданням степенів a :

- а) $3a^2 - 3a + 5 - a^3 + a^4$; б) $1 + a + a^2 - a^3 - a^5$;
 в) $5a^5 - 5 + 2a + a^3 - 3a^2$; г) $2ac - 3a^2c + c^2 - a^3$.

Рівень Б

201. Обчисліть значення многочлена:

- а) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, якщо $x = 1,2$;
 б) $2c^3 - 5c^2 - c + 7$, якщо $c = -2,1$;
 в) $3a^2 - 2ax - x^2$, якщо $a = -0,4$ і $x = 1,2$;
 г) $0,25n^2 + 0,5m - m^2$, якщо $n = 4,8$ і $m = 2,4$.

202. Запишіть многочлен у стандартному вигляді:

- а) $x^3 - 2x^2 + 3x - 5x^2$; б) $4x - 2x \cdot 3y - 3y - 5xy$;
 в) $2,3 - ac + a^2c - 1,3$; г) $2 - c^2 + c^3 - 2c^3 + c^3 \cdot 5$;
 г) $2a^2 \cdot 3a^3 + 5a^4 \cdot (-2a)$; д) $x \cdot 2x^2 + 2x \cdot x^2 - x^2 \cdot x^2$;
 е) $3a - 7a(-2a^2)^2 + a^5 + a$; є) $(2x^3)x + x(-2x)^3 + x^3(-x^2)$.

203. Запишіть многочлен у стандартному вигляді:

- а) $(2a^2)^3 + 4 \cdot 3a^5 - 5a - 9 - 3a^6 + a$;
 б) $x^2 + 2x^3 - (3x)^2 - 4x^2 \cdot x^3 + 7 - 2x^3$;
 в) $(-5x) \cdot 2x - (x^4)^2 + 6x^2 + 10 + x^3 \cdot 3x^5 - 3x^5$.

204. Запишіть у вигляді многочлена число, яке має:

- а) a тисяч, b сотень, 0 десятків і c одиниць;
 б) a десятків тисяч, b сотень, c десятків і 0 одиниць.

205. Запишіть у вигляді двочлена число, яке від ділення на число m :

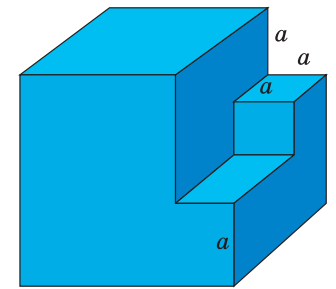
- а) дає частку 43 і остачу 2 ; б) дає частку 5 і остачу r .

Запишіть у вигляді многочленів відповіді до задач (206—213).

206. У конкурсі «Левенятко» бере участь a учнів, а в конкурсі «кенгуру» — на b учнів більше. Скільки учнів бере участь в обох конкурсах разом?

207. Один кілограм картоплі коштує m грн, а один кілограм капусти — n грн. Скільки треба заплатити разом за 8 кг картоплі й 4 кг капусти?

208. З куба, ребро якого дорівнює $3a$, вирізали два прямокутні паралелепіпеди, як показано на малюнку 11. Знайдіть об'єм і площу поверхні многогранника, що залишився.



Мал. 11

209. Книжка коштує a грн, а 10 зошитів — m грн. Скільки треба заплатити разом за 3 книжки і 5 зошитів?

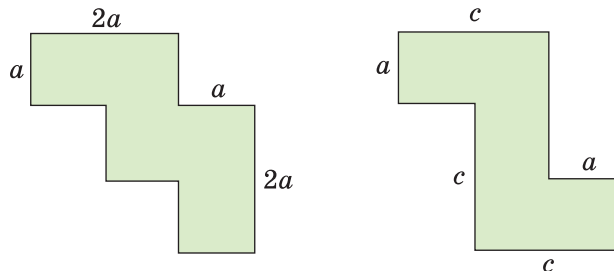
210. На машину навантажили m мішків пшениці, n мішків гречки й один мішок цукру. Знайдіть масу всього вантажу, якщо маса одного мішка пшениці — a кг, гречки — b кг, а цукру — 50 кг.

211. Перший поїзд іде зі швидкістю v_1 км/год, а другий — v_2 км/год. На скільки кілометрів вони наблизяться за півгодини, рухаючись назустріч один одному?

212. З міста до села виїхав один велосипедист, а через півгодини назустріч йому із села до міста — другий. Їхали вони зі швидкостями v_1 км/год і v_2 км/год відповідно і зустрілися через півгодини. Знайдіть відстань від міста до села.

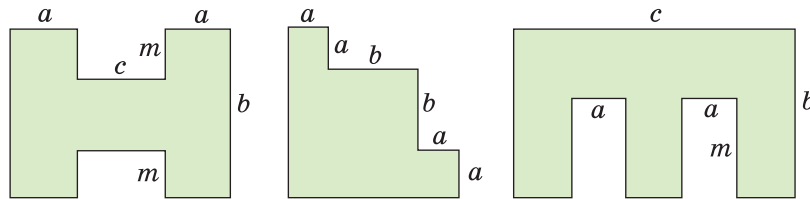
213. З міст A і B одночасно в одному напрямку виїхали автомобіль і мотоцикл. Їхали вони зі швидкостями v_1 км/год і v_2 км/год відповідно. Знайдіть відстань від A до B , якщо автомобіль наздогнав мотоцикл через 1,5 год.

 **214.** Визначте периметри фігур, зображених на малюнку 12.



Мал. 12

215. Визначте площі фігур, зображених на малюнку 13.



Мал. 13

 **216.** Спростіть вираз:

- а) $-44xy^2 + 16y + x^2y + 50xy^2 - 16y - 7x^2y$;
 б) $8 - a^2b^2 - 4b^2 + 23a^6 + 5a^2b^2 - 30 + 4a^6$;
 в) $9a^2 - 2ax^3 + a^4 - a^2x^3 + ax^3 - a^4 + 5ax^3$;
 г) $-10abc + 2ab + 2bc + 2ac - 7abc - 6ac$.

217. Обчисліть значення многочлена:

- а) $9x^2 - 4x^2 + 15 - x^5 + 7x^2 - 8x^5$, якщо $x = -7$;
 б) $2y^{10} - 10y^3 - 3y^{10} - y^4 + y^{10} + 6y^3$, якщо $y = -5$;
 в) $-6a^3b^2 + a^2b^3 - 10ab + 5a^3b^2 - a^2b^3$, якщо $a = 10$, $b = 0,9$.

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

218. Обчисліть:

- а) $2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}$;
 б) $(-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, \dots, (-1)^{2n}, (-1)^{2n+1}$;
 в) $10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8$;
 г) $0,1^2, 0,1^3, 0,1^4, 0,1^5, 0,2^2, 0,3^3, 0,4^4$.

219. Дано вирази $3x$ і $5y$. Запишіть: а) різницю їх квадратів; б) квадрат їх різниці; в) суму їх квадратів; г) квадрат їх суми.

220. Пенсіонер одержав путівку до санаторію зі знижкою 90% і заплатив за неї 360 грн. Яка вартість путівки?

§7. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ



Щоб додати два многочлени, тобто знайти суму многочленів, достатньо сполучити їх знаком «плюс».

Наприклад, сумою многочленів $a^2 + ax + x^3$ і $c^2 + cx + x$ є многочлен $a^2 + ax + x^3 + c^2 + cx + x$. Якщо в знайдений сумі є подібні члени, їх слід звести. Так само додають три і більше многочленів.

Приклад. Додайте многочлени

$$x^2 + 2x + 4, \quad 3x^2 - 4 \quad \text{і} \quad 3 - 2x.$$

Розв'язання.

$$x^2 + 2x + 4 + 3x^2 - 4 + 3 - 2x = 4x^2 + 3.$$

Додавання многочленів підпорядковується *переставному* і *сполучному* законам: які б не були многочлени A, B і C , завжди

$$A + B = B + A \quad \text{і} \quad (A + B) + C = A + (B + C).$$

Щоб знайти різницю двох многочленів, треба від першого з них відняти другий.

Виконуючи таке завдання, після першого многочлена пишуть знак «мінус», а другий беруть у дужки.



Розкриваючи дужки, перед якими стоїть знак «мінус», знаки всіх членів, що були в цих дужках, змінюють на протилежні.

Приклад. Знайдіть різницю многочленів

$$ab + c - 4 \text{ і } 2ab + c - 3.$$

Розв'язання. $ab + c - 4 - (2ab + c - 3) =$
 $= ab + c - 4 - 2ab - c + 3 = -ab - 1.$

Отже, і сума, і різниця довільних многочленів — многочлени.



Хочете знати ще більше?

Якою може бути сума двох двочленів? Вона може мати кілька членів, дорівнювати якому-небудь числу, зокрема й нулю. Додайте, наприклад, до двочлена $4c - 5x$ послідовно двочлени $c^2 + 1$, $c^2 + 5x$, $5x - 7$, $5x - 4c$ і переконайтеся в цьому.

Оскільки многочленами вважають і одночлени, і будь-які числа, зокрема й нуль, то сума будь-яких многочленів є многочленом. Тому говорять, що в множині многочленів додавання і віднімання завжди можливе.

Перевірте себе

1. Як додають многочлени?
2. Як віднімають від одного многочлена інший?
3. Чи завжди сума кількох многочленів є многочленом?
4. Сформулюйте правила розкриття дужок.
5. Як ви розумієте твердження, що в множині многочленів дії додавання і віднімання завжди можливі?

✓ Виконаємо разом!

1. Знайдіть суму і різницю многочленів

$$x^2 - 2x + 1 \text{ і } 2x^2 - x.$$

✓ **Розв'язання.** $x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - x = 3x^2 - 3x + 1;$

$$x^2 - 2x + 1 - (2x^2 - x) = x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + x = -x^2 - x + 1.$$

Відповідь. $3x^2 - 3x + 1$ і $-x^2 - x + 1.$

2. Доведіть, що сума трьох послідовних натуральних чисел завжди ділиться на 3.

✓ **Доведення.**

Перший спосіб. Позначимо довільне натуральне число буквою n . Тоді наступні за ним натуральні числа будуть $n + 1$ і $n + 2$. Їх сума становитиме:

$$n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3.$$

Числа 3 і $3n$ при кожному натуральному n діляться на 3. Отже, яке не було б натуральне число n , сума $n + (n + 1) + (n + 2)$ завжди ділиться на 3. А це й вимагалось довести.

Другий спосіб. Якщо n — друге з трьох послідовних цілих чисел, то перше з них — $n - 1$, а третє — $n + 1$. Тоді $(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$; число $3n$ ділиться на 3.

3. Доведіть, що різниця чисел \overline{abc} і \overline{cba} ділиться на 99.

Запис \overline{abc} означає трицифрове число, яке має a сотень, b десятків і c одиниць.

✓ **Доведення.** Запишемо кожне з чисел у вигляді многочлена, знайдемо їх різницю і зведемо подібні доданки.

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c; \quad \overline{cba} = 100c + 10b + a.$$

$$\text{Тоді } \overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) =$$

$$= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 99(a - c).$$

Отже, $\overline{abc} - \overline{cba}$ ділиться на 99.

Виконайте усно

221. Знайдіть суму і різницю многочленів:

а) $2x^3 - c$ і $3c$; б) $5ax - 4$ і $-4ax + 4$;

в) $0,5n - p^2$ і $2,5p^2$; г) $-2y + c^2$ і $c + 2y$.

222. Знайдіть суму і різницю виразів:

а) 0 і $a + c + x$; б) a і $a + c + x$; в) $a + c$ і $a + c - x$.

Рівень А

223. Додайте многочлени:

а) $3a^2 + 8a - 5$ і $-5a^2 + 2a + 4$; б) $12x^3 - 7x$ і $4x^2 + 3x - 2$;

в) $-7a^3b + 5ab^2 - ab$ і $3a^2b - 4ab + 2a^3b$;

г) $6a^2 - 4b^2 + c^2 + 2ab - 3bc$ і $-10c^2 - 6a^2 - ac$.

224. Знайдіть різницю многочленів:

а) $2x^3 - x^2 - 3x + 7$ і $x^3 - 3x + 17$;

б) $4x^5 + x - 2x^3 - 7$ і $x^5 - x^2 + 3x - 2$;

в) $8a^2c - 7ac^2 - a + c$ і $7a^2c^2 - a + 4$.




Спростіть вираз (225—226).

225. а) $7x^2 - 2x + (5 + 11x - 6x^2)$; б) $8ab + 7b - (4ab + 7b - 3)$;


в) $1 - n + n^2 - (3n^2 - 2n + 5) - 7n$;
 г) $x^2y + xy^2 - (3x^2y - 2xy^2 - 7) + 2x^2y$.

- 226.** а) $2a^2 + 3a - 4 + (5a^2 - a + 7)$;
 б) $6x^3 + 8x - 5 - (4x^2 + 8x - 5)$;
 в) $3z^4 - 2z^3 + 12z - 5 - (3z^4 - 2z - 5)$;
 г) $-5c^3 - 2c + 3c^2 - (1 - c - 2c^2 - 4c^3)$;
 г) $(2x + y) + (3x - 4y) - (5x + 3y - 1)$;
 д) $8ac - (3a^2 - 2c^2 + 2ac) - (4a^2 + 2c^2)$.

Обчисліть значення виразу (227—228).


 **227.** а) $c^3 - 2c^2 + 3c - 4 - (c^3 - 3c^2 - 5)$, якщо $c = 2$;
 б) $4x^2 - (-2x^3 + 4x^2 - 5)$, якщо $x = -3$;
 в) $2p - (1 - p^2 - p^3) - (2p + p^2 - p^3)$, якщо $p = \frac{2}{3}$.

- 228.** а) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - (3x - 3x^2)$, якщо $x = 3$;
 б) $5a^4 - 2a^3 - (4a^4 - 2a^3 + 1)$, якщо $a = -2$;
 в) $a^2 - 2ab + b^2 - (a - b - 3)$, якщо $a = 5, b = 4$;
 г) $2 + xy - x^2 - (y^2 - 2xy + 4)$, якщо $x = 0,2, y = -0,5$.

 **229.** При якому значенні x значення многочленів $x^2 - 8x + 9$ і $x^2 + 6x + 4$ дорівнюють одне одному?

- 230.** При якому значенні t значення тричлена $t^2 - 2t + 1$ на 2 більше за значення двочлена $t^2 + 5$?

Розв'яжіть рівняння (231—232).

 **231.** а) $4x - 5 - (7x + 8) = 2$; б) $9z + 17 - (4z - 5) = 38$;
 в) $24 - (x^2 + 8x - 17) = 5 - 5x - x^2$;
 г) $19 - (3x^2 - 2x) - (6x - x^2) = 7 - 2x^2$.

- 232.** а) $(5x^2 + x^3 - 7) - (2x^3 - 5 + 4x^2) = -(1 + x^3)$;
 б) $(x^3 - 2x^4 + 7) - (3x^3 + 3 - 5x^4) = 6 + 3x^4$;
 в) $0,5y - (4,3y + 2,7) + 0,3y = 46,3$;
 г) $\frac{1}{3}t + \frac{2}{5} + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}t\right) = 2 - 3t$;
 г) $-2,5x - (3,7 - 4,3x) = 1,7$;
 д) $\frac{2}{5}z = -\left(\frac{2}{5} - z\right) + \frac{3}{5}z + 8$.

Рівень **Б**


233. Знайдіть суму многочленів:

- а) $n^3 + 3n^2 + 3n + 1$ і $3 - 3n - n^2 - 2n^2 + n^4$;
 б) $-5xy - 4x^2 + y^2$ і $y^3 - 3x^2 + 5xy - y^2 - 2$;
 в) $0,7c^4 - 2,8c^2 + 7$ і $2,8c^2 - 0,7c^4 - 7$;
 г) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 12$ і $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + x^4 - 10$;
 г) $0,8x^3 + 1,2x^2 - 3, 4,5x^2 - x - 0,3$ і $0,2x^3 - 1,2x^2 + 3,3$.

234. Знайдіть різницю многочленів:

- а) $2x^2 + 3x + 1$ і $x^3 + 3x$; б) $9m^3 + 2m + 5$ і $4m^3 - m + 6$;
 в) $\frac{1}{2}a + b^2$ і $3a - \frac{1}{2}b^2 - a^2$; г) $-2xc^2$ і $0,25xc^2 - 2x^2$;
 г) $-4a^3b + 3a^2b^2$ і $3a^3 - b^3 + 3a^2b^2 - 4ab^3$;
 д) $-\frac{2}{3}xy - \frac{3}{5}x^2y$ і $2\frac{1}{3}xy - x^2y - 2\frac{1}{2}y^2$.

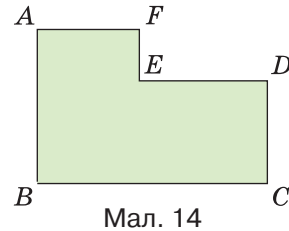
Спростіть вираз (235—237):

 **235.** а) $1 - a + 3a^2 + 4a^3 + (-a^2 - 3a^3)$;
 б) $x - 2xy + 3xy^2 + (4xy^3 + 2xy - 3x)$;
 в) $(2az - 3z^2) + (-az - z^2) + (-5az)$;
 г) $0,7a - 0,7a^2 - 0,7 - (5,7a^2 - 4,7a - 1,7)$;
 г) $-4m^2 - (m - n^2) + (3m + 4m^2) - 2n^2$.

236. а) $36cx^2 + 18c^2x - (13c^2x - 16cx^2 - x)$;
 б) $-z^3 + 3mz - 2 - (2 + z - 3mz)$;
 в) $2\frac{1}{3}az^2 - \left(\frac{2}{3}a^2z - 2\frac{1}{6}az^2 - 1\frac{5}{6}z^3\right)$;
 г) $x^2 - x + c - (x^2 + c) - (3c - 5 - x)$;
 г) $2\frac{1}{2}an - 3\frac{1}{2}am - \left(\frac{1}{2}an - 5\right) - 1,5an$.

237. а) $\frac{1}{2}ax^2 - \frac{2}{3}a^2x - 2ax^2 - a^2x + \frac{1}{3}a^2x$;
 б) $0,3m^2n - 1,7mn^2 - 0,2mn^2 - 1,3m^2n$;
 в) $\frac{3}{4}a + \frac{2}{3}ax^3 - \left(-\frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{4}a + 5\right)$;
 г) $2\frac{1}{2}ax^2c + 1\frac{1}{3}x^2c - \left(\frac{4}{3}cx^2 + \frac{5}{2}ax^2c\right)$.

238. Периметр многокутника $ABCDEF$ дорівнює $2p$, $AB = a$, $AF = c$, $EF = b$. Знайдіть довжину кожної зі сторін BC , ED і DC (мал. 14).



Мал. 14

239. Доведіть, що вираз при будь-яких значеннях змінної набуває додатного значення:

а) $(x^3 + 3x^2 - 3x) + (x^6 + 4x^3 - 7x) - (5x^3 - 10x - 5)$;

б) $-((2x^3)^2 - 7x^9) - (5(x^3)^2 - (x^3)^3 - 5) + (10(x^2)^3 - (2x^3)^3)$.

240. Доведіть, що вираз при будь-яких значеннях змінної набуває від'ємного значення:

а) $(5x^5 + 3x^3 - 1) - (x^8 + 4x^5 - 8x^3) - (x^5 + 5x^4 + 11x^3)$;

б) $(4 - (3x^5)^3) - ((3x^5)^2 - (2x^3)^5) - ((x^2)^5 + 9 + 5x^{15})$.

241. Замініть зірочку многочленом так, щоб утворилась тотожність:

а) $* - (8a^3 - 2a^2 + 7) = 3 - a^2$;

б) $* + (3x + 8) = -3x^2 + 2x - 15$;

в) $(2xy - 11x^2 + 10y^2) - * = 5x^2 + 4y^2 - 6$.

242. Який многочлен слід додати до $2a^3 - a^2 - a + 3$, щоб одержати:

а) $3a^3 - 5a^2 - a + 7$; б) $a^2 - 6a + 13$?

243. До якого многочлена слід додати $5x^2 - x + 17$, щоб одержати:

а) $x^3 - 8x^2 + 3x + 9$; б) $-6x^2 + 4x - 23$?

244. Від якого многочлена слід відняти $9c^2 - 6c + 2$, щоб одержати:

а) $5c^3 - 8c^2 - 6c - 8$; б) $a^3 - c^2 + c + 2$?

245. Який многочлен слід відняти від $6y^3 - y^2 + 3y - 1$, щоб одержати:

а) $y^3 + 3y^2 + 3y + 1$; б) $2y^4 + 3y^2 + 3y - 2$?

246. Доведіть тотожність:

а) $(3a^2 + 2b^2 + c^2) - (3c^2 + 2a^2 - b^2) + (-3b^2 + 2c^2 - a^2) = 0$;

б) $-z^2 - (x^2 + (y^2 - (x^2 + y^2 + z^2) + z^2) + y^2) - x^2 = -x^2 - y^2 - z^2$;

в) $ab + bc + ac - (abc + ab - (abc - bc - (abc + ac))) = -abc$;

г) $a^3 - (b^3 - (a^2b - ab^2)) - (-(-a^2b - ab^2) + b^3) - a^3 = 2a^3$.

247. Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу:

а) $(7n + 21) - (10 - 4n)$ кратне 11;

б) $8n^2 + 7n - 4 - (3n^2 + 12n - 19)$ кратне 5;

в) $(12n - 5) - (5n - 9)$ при діленні на 7 дає в остачі 4.

248*. Подайте у вигляді многочлена число:

а) \overline{abc} ; б) \overline{yux} ; в) $\overline{abc} + \overline{ac}$;

г) $\overline{xyz} - \overline{xy}$; ґ) $\overline{abc} + \overline{bca}$; д) $\overline{xyz} - \overline{zxy}$.

249*. Доведіть, що:

а) сума чисел \overline{ab} , \overline{bc} і \overline{ca} кратна 11;

б) сума чисел \overline{xyz} , \overline{yzx} і \overline{zxy} кратна 111;

в) різниця чисел $\overline{a0b}$ і $\overline{b0a}$ кратна 99;

г) різниця чисел $(\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc}) - (\overline{ca} + \overline{cb} + \overline{ba})$ кратна 18.

250*. Доведіть, що:

а) сума семи послідовних натуральних чисел завжди ділиться на 7;

б) сума чотирьох послідовних натуральних чисел завжди при діленні на 4 дає в остачі 2;

в) сума трьох послідовних парних натуральних чисел завжди ділиться на 6;

г) сума трьох послідовних непарних натуральних чисел завжди ділиться на 3 і ніколи не ділиться на 6.

251*. Покажіть, що числа, розташовані так, як на малюнку 15, утворюють магічний квадрат при будь-яких значеннях змінних a і c .

$a + 7c$	a	$a + 5c$
$a + 2c$	$a + 4c$	$a + 6c$
$a + 3c$	$a + 8c$	$a + c$

Мал. 15

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

Обчисліть (252—253).

252. а) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2$;

б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot (-2)^3 - 3\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2$.

253. а) $6 - (-0,2) : 0,4 + 0,8 - 2,4 : 6;$

б) $-2\frac{3}{5} - 6 : (-1,5) + (3,2 - 0,2 \cdot 6)^2.$

254. Неоднаково вродила на полі пшениця:

на третині із гектара —

центнерів по тридцять,

а на решті —

по півсотні зерна золотого.

То ж по скільки в середньому взяли з поля того?

§ 8. МНОЖЕННЯ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН



Помножимо двочлен $a + b$ на одночлен m . За розподільним законом множення:

$$(a + b)m = am + bm.$$

Так само можна помножити довільний многочлен $a + b - c$ на m :

$$(a + b - c)m = am + bm - cm.$$

Кожна з цих рівностей — тотожність. Якщо в будь-яку з них замість якої-небудь змінної написати один і той самий вираз, то знову одержимо тотожність:

$$(2x + b)m = 2xm + bm,$$

$$(a + b - c) \cdot 4a^2 = a \cdot 4a^2 + b \cdot 4a^2 - c \cdot 4a^2 = 4a^3 + 4a^2b - 4a^2c.$$



Щоб помножити многочлен на одночлен, потрібно кожний член многочлена помножити на даний одночлен і результати додати.

За цим правилом можна також помножити одночлен на многочлен, бо множники можна міняти місцями.

Приклад.

$$\begin{aligned} 2ax \cdot (3x^2 - x + 4) &= 2ax \cdot 3x^2 - 2ax \cdot x + 2ax \cdot 4 = \\ &= 6ax^3 - 2ax^2 + 8ax. \end{aligned}$$



Хочете знати ще більше?

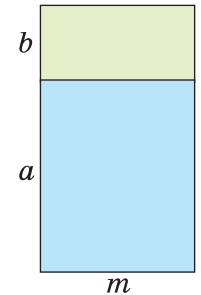
Для додатних значень a , b , m рівність $(a + b)m = am + bm$ можна проілюструвати геометрично (мал. 16). Площа прямокутника з основою m і висотою $a + b$ дорівнює сумі площ двох прямокутників, основи яких — a і b , а висота — m .

В алгебрі рівність $(a + b)m = am + bm$ вважається правильною не тільки для додатних чисел a , b , m , а й для від'ємних, будь-яких інших чисел і навіть виразів. Зокрема, якщо замість змінної b підставити вираз $-c$ або $c - d$, то матимемо:

$$\begin{aligned} (a - c)m &= (a + (-c))m = am + (-c)m = am - cm, \\ (a + c - d)m &= (a + (c - d))m = am + (c - d)m = am + cm - dm. \end{aligned}$$

Отже, $(a - c)m = am - cm$, $(a + c - d)m = am + cm - dm$.

Кожна з цих рівностей — тотожність, тобто рівність правильна для довільних чисел і виразів a , b , c , d , m .



Мал. 16

Перевірте себе

1. Як помножити многочлен на одночлен?
2. Наслідком якого закону є це правило?
3. Сформулюйте розподільний закон множення.
4. Чи правильна тотожність $(a + b)c = c(a + b)$? Чому?
5. Чому дорівнює добуток різниці $a - b$ на c ?

✓ Виконаємо разом!

1. Перемножте вирази $2a + 3b - c$ і $5xy$.
✓ Розв'язання. $(2a + 3b - c) \cdot 5xy = 2a \cdot 5xy + 3b \cdot 5xy - c \cdot 5xy = 10axy + 15bxy - 5cxy$.
Відповідь. $10axy + 15bxy - 5cxy$.
2. Розв'яжіть рівняння: $(3x - 5) \cdot 2x = 6x^2 + 7$.
✓ Розв'язання. $3x \cdot 2x - 5 \cdot 2x = 6x^2 + 7$,
 $6x^2 - 10x = 6x^2 + 7$, $-10x = 7$, $x = -0,7$.
Відповідь. $-0,7$.
3. Один брат старший від іншого на 6 років, а 3 роки тому він був старший від брата у два рази. Скільки років кожному з них?
✓ Розв'язання. Якщо молодшому брату x років, то старшому $(x + 6)$ років. Три роки тому молодший мав $(x - 3)$ років,